


государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Пермский химико-технологический техникум»

Утверждаю

Заместитель директора

 (О.В.Князева)

« 14 » 06 20 19 г.

**КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

ОУД.04 Математика

основной образовательной программы

по специальности

10.02.05 Обеспечение информационной безопасности

автоматизированных систем

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения	4
2. Результаты освоения учебного предмета, подлежащие проверке	5
3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля	9
4. Структура контрольных заданий	14
4.1. Задания текущего контроля	14
4.2. Задания промежуточной аттестации	219
4.2.1. Текст задания	219
4.2.2. Эталоны ответов промежуточной аттестации	222

## 2. Результаты освоения учебного предмета, подлежащие проверке

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
<b>Уметь:</b>	
<p>У 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;</li> <li>- находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная); сравнивать числовые выражения.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П3: понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;</li> <li>- П4: владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</li> </ul>
<p>У 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;</li> <li>- пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;</li> <li>- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П2: сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;</li> <li>- П4: владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</li> <li>- П5: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</li> </ul>
<p>У 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;</li> <li>- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;</li> <li>- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П2: сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления;</li> <li>- П3: понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;</li> <li>- П4: владение методами доказательств и</li> </ul>

<p>- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин.</p>	<p>алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>
<p>У 4</p> <p>- находить производные элементарных функций;</p> <p>- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;</p> <p>- применять производную для проведения приближенных вычислений;</p> <p>- решать задачи прикладного характера нахождение наибольшего и наименьшего значений.</p>	<p>- П7: сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;</p> <p>- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;</p> <p>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>
<p>У5</p> <p>- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла</p>	<p>- П8: сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;</p> <p>- П9: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</p> <p>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>
<p>У 6</p> <p>- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадрат-</p>	<p>- П5: владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;</p>

<p>ным, а также аналогичные неравенства и системы;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;</li> <li>- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;</li> <li>- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в т.ч. прикладных) задачах.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П6: использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;</li> <li>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</li> </ul>
<p>У 7</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы;</li> <li>- соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</li> <li>- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;</li> <li>- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П4: владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</li> <li>- П8: сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире;</li> <li>- П9: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</li> <li>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</li> </ul>
<p>У 8</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;</li> <li>- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;</li> <li>- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- П7: сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;</li> <li>- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;</li> <li>- П8: сформированность умения распознавать геометрические фигуры на</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;</li> <li>- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.</li> </ul>	<p>чертежах, моделях и в реальном мире;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- П9: применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</li> <li>- П12: владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</li> </ul>
<b>Знать:</b>	
<p>З 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;</li> <li>- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.</li> </ul>	<p>Правильно выбирает методику для решения задач различных процессов окружающего мира.</p>
<p>З 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</li> </ul>	<p>Правильно применяет математические методы для решения задач различных процессов окружающего мира.</p>
<p>З 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки.</li> </ul>	<p>Применяет теоретические знания на практике.</p>
<p>З 4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии.</li> </ul>	<p>Знает определения натуральных, рациональных, иррациональных чисел. Знает историю математики и возникновения геометрии.</p>
<p>З 5</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.</li> </ul>	<p>Знает законы логики и применяет их на практике.</p>
<p>ОК1-5</p>	<p>Организовывает собственную деятельность, выбирает типовые методы и способы</p>

	<p>выполнения задач, оценивает их эффективность и качество.</p> <p>Принимает решения в стандартных и нестандартных ситуациях и несет за них ответственность</p> <p>Осуществляет поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения задач.</p> <p>Использует информационно коммуникационные технологии для совершенствования деятельности.</p> <p>Работает в коллективе и команде.</p>
--	--

### 3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля.

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<p>У 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;</li> <li>- находить приближенные значения величин и погрешности вычислений (абсолютная и относительная);</li> <li>- сравнивать числовые выражения.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Практическая работа</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>
<p>У 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства;</li> <li>- пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах;</li> <li>- выполнять преобразования выражений, применяя формулы,</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Практическая работа</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>

<p>связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций</p>		
<p>У 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычислять значение функции по заданному значению аргумента при различных способах задания функции;</li> <li>- определять основные свойства числовых функций, иллюстрировать их на графиках;</li> <li>- строить графики изученных функций, иллюстрировать по графику свойства элементарных функций;</li> <li>- использовать понятие функции для описания и анализа зависимостей величин.</li> </ul>	<p>Устный ответ Практическая работа Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>
<p>У 4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- находить производные элементарных функций;</li> <li>- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;</li> <li>- применять производную для проведения приближенных вычислений;</li> <li>- решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значений.</li> </ul>	<p>Устный ответ Практическая работа Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>
<p>У5</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного</li> </ul>	<p>Устный ответ Практическая работа Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>



интеграла		
<p>У 6</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;</li> <li>- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;</li> <li>- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;</li> <li>- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в т.ч. прикладных) задачах.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Практическая работа</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>
<p>У 7</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы;</li> <li>- соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</li> <li>- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;</li> <li>- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Практическая работа</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>

<p>У 8</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;</li> <li>- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;</li> <li>- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);</li> <li>- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;</li> <li>- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Практическая работа</p> <p>Контрольная работа</p>	<p>Экзамен</p>
<p>З 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;</li> <li>- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Реферат</p>	
<p>З 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p>	
<p>З 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки.</li> </ul>	<p>Устный ответ</p> <p>Реферат</p>	
<p>З 4</p>	<p>Устный ответ</p>	

<p>- историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии.</p>	<p>Реферат</p>	
<p>3 5 - универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.</p>	<p>Устный ответ Кроссворд</p>	

#### 4. Структура контрольных заданий

##### 4.1. Задания текущего контроля

#### Контрольная работа № 1 «Приращение функции и аргумента»

##### Вариант 1

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3 - 2x$ ,  
 $x_0 = 1$ ,  $x = 0,5$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x^3 - 4$ ,  
 $\Delta x = 0,3$ ,  $x_0 = 2$
3. Стороны треугольника равны 5, 7, 8 см. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 3 см, а большую уменьшить на 2 см.

##### Вариант 2

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 4x + 2$ ,  
 $x_0 = -1$ ,  $x = 0,3$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 2x^2 + 1$ ,  
 $\Delta x = 0,7$ ,  $x_0 = 3$
3. Стороны треугольника равны 6, 9, 13 см. Найдите приращение его периметра, если среднюю сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 5 см.

##### Вариант 3

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 5 + 2x$ ,  
 $x_0 = 3$ ,  $x = 1,2$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3x^2 - 2$ ,  
 $\Delta x = 1,3$ ,  $x_0 = -2$
3. Стороны трапеции равны 5, 7, 8, 6 см. Найдите приращение её периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 4 см.

##### Вариант 4

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 4x^2 - 3$ ,  
 $x_0 = 3$ ,  $x = 2,3$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x + 1$ ,  
 $\Delta x = 1,5$ ,  $x_0 = 4$

3. Стороны параллелограмма равны 8 и 13 м. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 м, а большую уменьшить на 6 м.

**Вариант 5**

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 9x + 1$ ,  $x_0 = 3$ ,  $x = 2,4$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = \frac{x^3}{2} - 1$ ,  $\Delta x = 0,5$ ,  $x_0 = 4$
3. Стороны треугольника равны 9, 12, 20 м. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 6 см, а среднюю уменьшить на 2 м.

**Вариант 6**

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x^3 - 3$ ,  $x_0 = -3$ ,  $x = 1,3$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = \frac{x}{3} - 2$ ,  $\Delta x = 2,7$ ,  $x_0 = 3$
3. Стороны трапеции равны 5, 9, 10, 14 см. Найдите приращение её периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 2 см.

**Вариант 7**

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 5 + 2x^2$ ,  $x_0 = 2$ ,  $x = -2,2$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3x + 2$ ,  $\Delta x = 0,6$ ,  $x_0 = -3$
3. Стороны прямоугольника равны 18, 26 см. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 4 см.

**Вариант 8**

Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x^3 - 4$ ,  $x_0 = 2$ ,  $x = 2,1$   
Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 9 - 8x$ ,  $\Delta x = 2,5$ ,  $x_0 = 5$

1. Стороны параллелограмма равны 15 и 9 м. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 6 м, а большую уменьшить на 4 м.

### Вариант 9

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x^2 + 2x$ ,  $x_0 = -2$ ,  $x = -2,5$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $\Delta x = 0,44$ ,  $x_0 = 1$
3. Стороны прямоугольника равны 15 и 20 м. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 0,11 м, а большую - увеличить на 0,2 м.

### Контрольная работа № 2 «Производная»

#### Вариант 1

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 8x$
2.  $f(x) = x^{16}$
3.  $f(x) = \log_2 x$
4.  $f(x) = 2 \sin x$
5.  $f(x) = 3x^8 + 2x^7 - 3x^2 + 4$
6.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x^4$
7.  $f(x) = \log_4 x \cdot x^3$
8.  $f(x) = 7^x \cdot (x^4 + 8x)$
9.  $f(x) = e^x \cdot \ln x$
10.  $f(x) = \cos x - 3x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$
2.  $f(x) = 3x^2 - 4x$ ,  $x_0 = -2$
3.  $f(x) = 4\sqrt{x} - x^2$ ,  $x_0 = 4$

3. Решите уравнение  $f'(x) = 2$ , если  $f(x) = x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 4x$ .

#### Вариант 2

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 12x$
2.  $f(x) = x^{23}$
3.  $f(x) = \log_7 x$
4.  $f(x) = 2 \operatorname{tg} x$
5.  $f(x) = 2x^7 - 4x^5 + 3x - 7$
6.  $f(x) = 6x + 2\sqrt{x} - 3x^8 + 3$
7.  $f(x) = e^x \cdot 5x^2$
8.  $f(x) = 2 \sin x + 2 \cos x + 8x^6$
9.  $f(x) = (7x^4 + x^3) \cdot \log_3 x$
10.  $f(x) = 4x^2 \cdot \ln x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \cos x - \operatorname{ctgx}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = 3^x - 8x^2$ ,  $x_0 = -1$

3.  $f(x) = 4 \log_2 x - x^3$ ,  $x_0 = 2$

4. Решите уравнение  $f'(x) = 6$ , если  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 14x$ .

### Вариант 3

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = -15x$

2.  $f(x) = x^{14}$

3.  $f(x) = 3 \operatorname{ctgx}$

4.  $f(x) = 2 \ln x$

5.  $f(x) = 3x^9 - 5x^6 + 2x^2 + \sqrt{3}$

6.  $f(x) = \operatorname{tg} x + 2 \ln x - 5x^5$

7.  $f(x) = \log_4 x \cdot (x^3 - 3x^4)$

8.  $f(x) = (4x^6 - x) \cdot 4^x$

9.  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

10.  $f(x) = \operatorname{ctg}^2 x + 3x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \cos x \cdot \operatorname{ctgx}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = e^x - 3x^2$ ,  $x_0 = 4$

3.  $f(x) = \ln x + 6x^4$ ,  $x_0 = 2$

3. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x$ .

### Вариант 4

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 3x$
2.  $f(x) = 9x^7$
3.  $f(x) = 8 \sin x$
4.  $f(x) = 9 \ln x$
5.  $f(x) = 2x^{-5} + 3x^4 + 7x + 18$
6.  $f(x) = 6 \cos x + \log_7 x - 7^x$
7.  $f(x) = 6^x \cdot \log_6 x$
8.  $f(x) = -2 \sin x \cdot \cos x$
9.  $f(x) = (3x^2 - x) \cdot e^x$
10.  $f(x) = \ln x + 4x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = 3x^2 - 7x + 3, \quad x_0 = -3$

2.  $f(x) = x + \log_2 x, \quad x_0 = 3$

3.  $f(x) = 4 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$

4. Решите уравнение  $f'(x) = 2$ , если  $f(x) = x^3 - \frac{11}{2}x^2 + 12x$ .

### Вариант 5

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 3x$

2.  $f(x) = x^{-18}$

3.  $f(x) = 7 \log_5 x$

4.  $f(x) = 6 \cos x$

5.  $f(x) = 2x^4 + 2x^3 - 3x^6 + 14$

6.  $f(x) = x^5 - 3x^3 + 6x^7$

7.  $f(x) = x^5 \cdot \log_6 x$

8.  $f(x) = 3^x \cdot (x^3 + 8)$



9.  $f(x) = e^x \cdot \sin x$

10.  $f(x) = \operatorname{ctgx} - 3x^4$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \sin x - \cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = x^4 - 3x^2, \quad x_0 = -2$

3.  $f(x) = 2\sqrt{x} + x^3, \quad x_0 = 16$

3. Решите уравнение  $f'(x) = 1$ , если  $f(x) = -2x^3 - \frac{11}{2}x^2 + 3x$ .

### Вариант 6

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 21x$

2.  $f(x) = x^{-11}$

3.  $f(x) = 3\log_9 x$

4.  $f(x) = 2 \cdot 5^x$

5.  $f(x) = x^9 + 2x^6 - 4x - \sqrt{7}$

6.  $f(x) = x + 6\sqrt{x} - 3x^7 + 3x$

7.  $f(x) = 4^x \cdot 2x^3$

8.  $f(x) = 2\ln x + 2x + 8x^6$

9.  $f(x) = (x^2 - 5x^3) \cdot \log_7 x$

10.  $f(x) = 4x^2 \cdot e^x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = 2\cos x - 3\operatorname{ctgx}, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$

2.  $f(x) = e^x - 8x^2 + 5x, \quad x_0 = 0$

3.  $f(x) = 3\sqrt{x} - x^2, \quad x_0 = 9$

3. Решите уравнение  $f'(x) = -1$ , если  $f(x) = 3x^3 - \frac{3}{2}x^2 - x$ .

### Вариант 7

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = -19x$

2.  $f(x) = 3x^{10}$

3.  $f(x) = 3\operatorname{ctgx}$

4.  $f(x) = 21^x$

5.  $f(x) = 3x^9 - 5x^6 + 2x^2 + \sqrt{3}$

6.  $f(x) = \operatorname{tg}x + 2\ln x - 5x^5$

7.  $f(x) = e^x \cdot \log_4 x$

8.  $f(x) = (4x^6 - x) \cdot 4^x$

9.  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

10.  $f(x) = \operatorname{ctg}^2 x + 3x$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \cos x \cdot \operatorname{ctgx}, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = 8\sqrt{x} + 3x^2, \quad x_0 = 4$

3.  $f(x) = \ln x + 6x^4, \quad x_0 = 2$

3. Решите уравнение  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = -2x^3 - \frac{23}{2}x^2 + 35x$ .

### Вариант 8

1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 6x$

2.  $f(x) = 7x^6$

3.  $f(x) = 8\log_3 x$

4.  $f(x) = 9\operatorname{tg}x$

5.  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 7x^5 + 18$

6.  $f(x) = 6\ln x + \log_7 x - 4^x$

7.  $f(x) = e^x \cdot \log_8 x$
8.  $f(x) = 3 \sin x \cdot \cos x$
9.  $f(x) = (x^2 + 6x) \cdot e^x$
10.  $f(x) = \ln x - 3x^5$

2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = x^2 + 5x - 9, \quad x_0 = -3$

2.  $f(x) = 3 \cdot 7^x + \log_7 x, \quad x_0 = 1$

$f(x) = 4 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x, \quad x_0 = \frac{\pi}{3}$

3. Решите уравнение  $f'(x) = -3$ , если  $f(x) = 4x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x$ .

### Контрольная работа № 3 «Геометрический смысл производной»

#### Вариант 1

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 2x^4 + x^2$  с абсциссой  $x_0 = -1$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = x - \ln x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 3$ .
3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 27x$ , если угловой коэффициент касательной равен 0.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = 1$ .

#### Вариант 2

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + x^2$  с абсциссой  $x_0 = 2$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$

3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = 4x + 3x^2$ , если угловой коэффициент касательной равен 22.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = 2x^2 + 4$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = -2$ .

### Вариант 3

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 2$  с абсциссой  $x_0 = -1$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = \cos x - x$  в его точке с абсциссой  $x_0 = \pi$ .
3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = 3x^2 + x^3$ , если угловой коэффициент касательной равен 9.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = 5x^2 + x$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = 2$ .

### Вариант 4

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 2x^3 + \frac{1}{2}x^2$  с абсциссой  $x_0 = 2$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + x^4 + 1$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .
3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = x^3 + 2x^2$ , если угловой коэффициент касательной равен 7.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = 3$ .

### Вариант 5

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 6x^2 - 3x + 1$  с абсциссой  $x_0 = 2$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции

$f(x) = x - x^2$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -3$ .

3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = 4x^2 - x^3$ , если касательная параллельна оси абсцисс.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = -1$ .

#### Вариант 6

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = 3x^4 - 5x^2$  с абсциссой  $x_0 = 3$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - x^2 + 1$  в его точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .
3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x + 1$ , если угловой коэффициент касательной равен 14.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 1$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = 3$ .

#### Вариант 7

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 3x - 2$  с абсциссой  $x_0 = -1$ .
2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 5x^3 - 7x^2 + 3$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .
3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции  $f(x) = 3x^2 - x^3 + 4$ , если угловой коэффициент касательной равен 3.
4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 6x - 2$  в точке касания с абсциссой  $x_0 = -1$ .

#### Вариант 8

1. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = x^2 - \ln x$

с абсциссой  $x_0 = -1$ .

2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - x \text{ в его точке с абсциссой } x_0 = 3$$

3. Определите координаты точки касания касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + x, \text{ если угловой коэффициент касательной равен } -6.$$

4. Составьте уравнение касательной для функции  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7x + 5$  в точке

касания с абсциссой  $x_0 = 2$ .

### Контрольная работа № 4 «Физический смысл производной»

#### Вариант 1

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 13t + 2t^2$  (м).

Найдите скорость точки в момент времени  $t = 4$  с.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 3 - 4t + 2t^2$  (м).

Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 7 м/с.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону

$$S(t) = 5t^3 - 8t^2 + 3 \text{ в момент времени } t = 2 \text{ с.}$$

4. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью  $V_0$ , движется по закону

$$h(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ (м) Найдите момент времени, когда тело остановится, если}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2, V_0 = 60 \text{ м/с}$$

#### Вариант 2

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 18t + 3t^2$  (м).

Найдите скорость точки в момент времени  $t = 3$  с.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = \frac{2}{3}t^3 + \frac{9}{2}t + 1$  (м).

Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 5 м/с.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону

$$S(t) = 6 - 3t^3 + 4t^2 + 3t \quad \text{в момент времени } t = 3 \text{ с.}$$

4. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью  $V_0$ , движется по закону

$$h(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (\text{м}) \quad \text{Найдите момент времени, когда тело остановится, если}$$
$$g = 10 \text{ м/с}^2, \quad V_0 = 40 \text{ м/с}$$

### Вариант 3

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 4t + t^2 - \frac{1}{6}t^3$  (м).  
Найдите скорость точки в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = \frac{1}{3}t^3 + 0,5t^2$  (м).  
Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 12 м/с.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = t^3 - 8t + 3t^2$   
в момент времени  $t = 1 \text{ с}$ .

4. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью  $V_0$ , движется по закону
- $$h(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (\text{м}) \quad \text{Найдите момент времени, когда тело остановится, если}$$
- $$g = 10 \text{ м/с}^2, \quad V_0 = 30 \text{ м/с}$$

### Вариант 4

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 17t - 2t^2 + \frac{1}{3}t^3$   
(м). Найдите скорость точки в момент времени  $t = 3 \text{ с}$ .

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 6 + 4t - 2t^2$  (м).  
Найдите момент времени  $t$ , когда точка остановится.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = t^3 - \sqrt{t} + 3$   
в момент времени  $t = 4 \text{ с}$ .

4. Какая из точек движется быстрее момент времени  $t = 3$  с, если первая движется по закону  $S(t) = 3 - 4t + 2t^2$  (м), а вторая по закону  $S(t) = t^3 - 27t$  (м)?

### Вариант 5

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 2t + \sqrt{t}$  (м).  
Найдите скорость точки в момент времени  $t = 4$  с.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 3 - t^2 + \frac{1}{3}t^3$  (м).  
Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 15 м/с.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = 5t - 8t^2 + 3t^3$  в момент времени  $t = 2$  с.

4. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью  $V_0$ , движется по закону  $h(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$  (м). Найдите момент времени, когда тело остановится, если  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ,  $V_0 = 20 \text{ м/с}$ .

### Вариант 6

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 3t + 2\sqrt{t}$  (м).  
Найдите скорость точки в момент времени  $t = 9$  с.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 1 - \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 10t$  (м). Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 2 м/с.

3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = -t^3 + 3t^2 + 5t + 7$  в момент времени  $t = 3$  с.

4. Какая из точек движется быстрее момент времени  $t = 3$  с, если первая движется по закону  $S(t) = 34 + 14t + 2t^3$  (м), а вторая по закону  $S(t) = t^3 + 27t$  (м)?



### Вариант 7

$$S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 5t$$

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону (м). Найдите скорость точки в момент времени  $t = 3c$ .
2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^3 - 27t$  (м). Найдите момент времени  $t$ , когда точка остановится.
3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = 5 - t^2 + 3\sqrt{t}$  в момент времени  $t = 4$  с.
4. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью  $V_0$ , движется по закону 
$$h(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$
 (м) Найдите момент времени, когда тело остановится, если  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ,  $V_0 = 20 \text{ м/с}$

### Вариант 8

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = 3t^3 - 2t^2 + 3t - 2$  (м). Найдите скорость точки в момент времени  $t = 3c$ .
2. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^3 - 2t^2 + 6t$  (м). Найдите момент времени  $t$ , когда скорость точки равна 5 м/с.
3. Найдите скорость и ускорение точки, движущейся по закону  $S(t) = \frac{5}{3}t^3 + 2t^2 + 3t$  в момент времени  $t = 2$  с.
4. Какая из точек движется быстрее момент времени  $t = 3$  с, если первая движется по закону  $S(t) = 2t + \sqrt{t}$  (м), а вторая по закону  $S(t) = t^2 + 7t$  (м)?

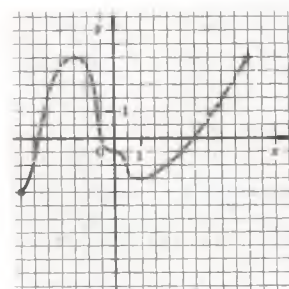
### Контрольная работа №5 «Максимум и минимум функции»:

#### В – 1

1. Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

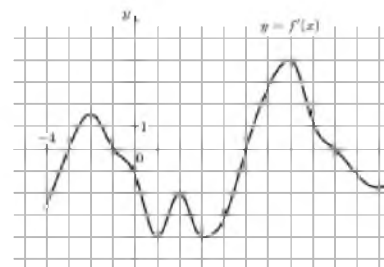
1. Область определения функции



2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$

3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$

2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 13)$ . Найдите количество промежутков убывания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



3. Найдите промежутки, на которых функция возрастает  $y = x^3 + x^2 - 8x + 1$

4. Исследуйте функцию  $y = x^3 - 3x^2$  на монотонность.

**В – 2**

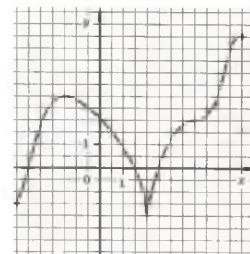
Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

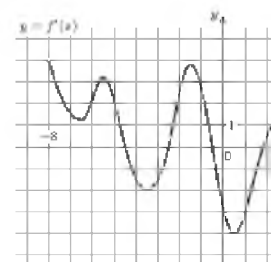
1. Область определения функции

2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$

3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$



2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 3)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



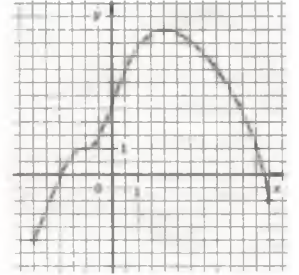
$$y = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2$$

3. Найдите промежутки, на которых функция убывает

4. Исследуйте функцию  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  на монотонность.

**В – 3**

Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

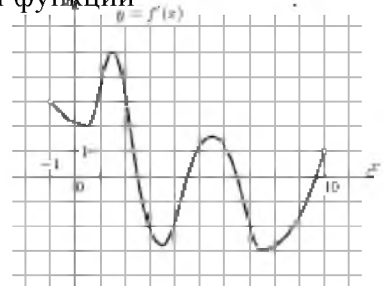


Укажите:

1. Область определения функции
2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$
3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$

2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-1; 10)$ . Найдите количество промежутков возрастания функции  $y = f(x)$ .

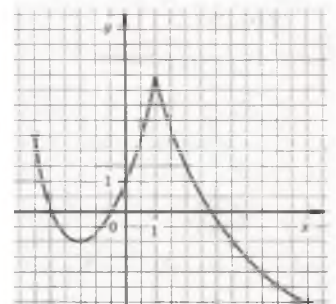
В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



3. Найдите промежутки, на которых функция убывает  $y = 2x^3 - x^2 - 4x + 5$

4. Исследуйте функцию  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$  на монотонность.

**В – 4**

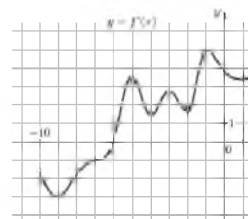


Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

1. Область определения функции
2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$
3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$

2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ . Найдите количество промежутков убывания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



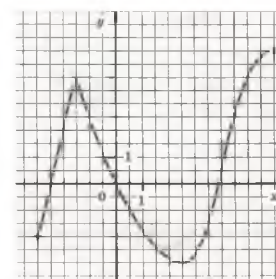
3. Найдите промежутки, на которых функция возрастает  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 5$
4. Исследуйте функцию  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$  на монотонность.

### В-5

Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

1. Область определения функции
2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$
3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$

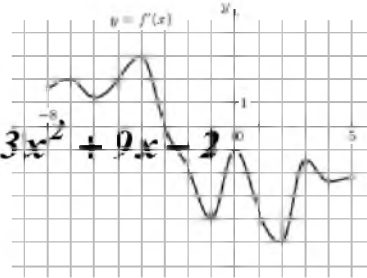


2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 5)$ . Найдите количество промежутков убывания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

3. Найдите промежутки, на которых функция возрастает

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x - 2$$

4. Исследуйте функцию  $y = 2x^3 + 3x^2 + 2$  на монотонность.

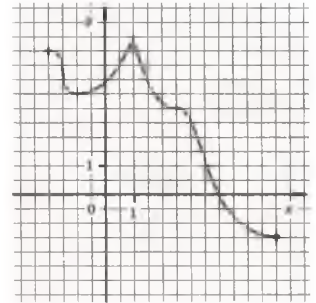


**В – 6**

Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

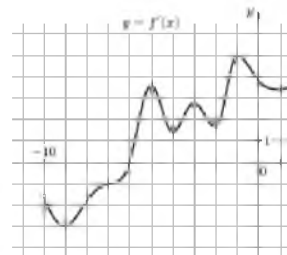
Укажите:

1. Область определения функции
2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$
3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$



2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 2)$ . Найдите количество промежутков возрастания функции  $y = f(x)$ .

В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



3. Найдите промежутки, на которых функция убывает  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 20$

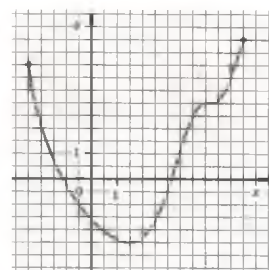
4. Исследуйте функцию  $y = -x^3 + 3x^2 + 4$  на монотонность.

**В – 7**

1. Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

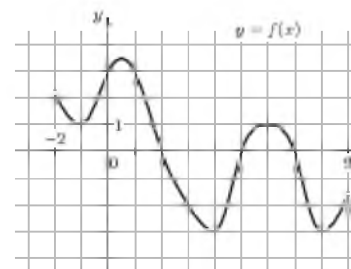
1. Область определения функции



2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$

3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$

2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 9)$ . Найдите количество промежутков возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



3. Найдите промежутки, на которых функция возрастает  $y = -x^3 + 9x^2 + 21x$

4. Исследуйте функцию  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$  на монотонность.

### В – 8

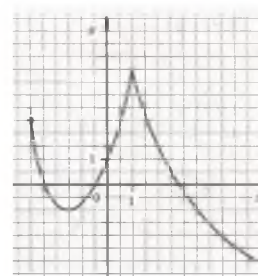
Функция  $y = f(x)$  задана графиком функции.

Укажите:

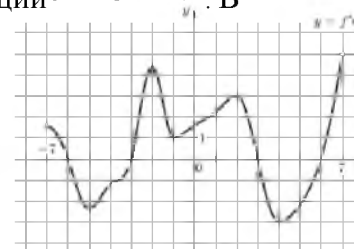
1. Область определения функции

2. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$

3. При каких значениях  $x$   $f'(x) < 0$



2. На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите количество промежутков возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



3. Найдите промежутки, на которых функция убывает  $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

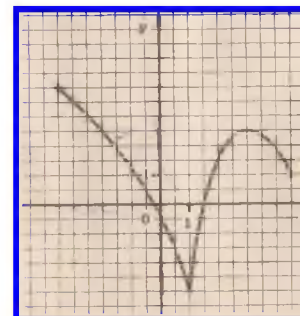
4. Исследуйте функцию  $y = 5 - 8x - x^2$  на монотонность.

### Контрольная работа № 6 «Наибольшее и наименьшее значения функции»

#### Вариант 1

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- Область определения функции;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Экстремумы функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 + 16x + 7 \text{ на отрезке } [-3; 0]$$

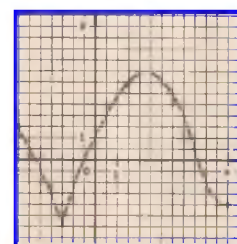
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 14x + 1 \text{ на отрезке } [1; 4]$$

#### Вариант 2

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- Область определения функции;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Экстремумы функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 6 - 3x^2 - 24x + 7 \text{ на отрезке } [-6; -3]$$

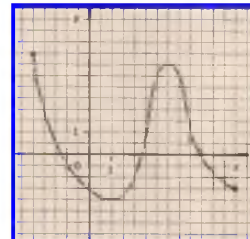
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 12x + 8 \text{ на отрезке } [0;5]$$

### Вариант 3

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- Область определения функции;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Экстремумы функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = x^2 + 6x - 9 \text{ на отрезке } [-6; -1]$$

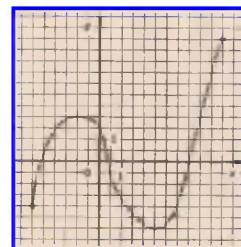
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 4 \text{ на отрезке } [-4; 4]$$

### Вариант 4

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- Область определения функции;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Экстремумы функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



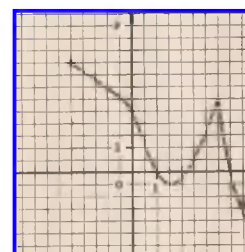
2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 5 + 4x^2 - 4x \text{ на отрезке } [-2; 0]$$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = x^3 + x^2 - 8x + 1 \text{ на отрезке } [-3; -1]$$

### Вариант 5





1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- a. Область определения функции;
- b. Промежутки возрастания и убывания функции;
- c. Экстремумы функции;
- d. Наибольшее и наименьшее значение функции.

2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 6x - x^2 - 5 \text{ на отрезке } [1;4]$$

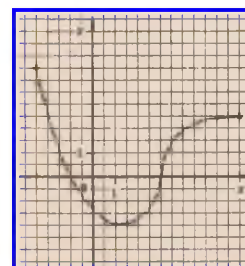
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \text{ на отрезке } [4;5]$$

#### Вариант 6

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- a. Область определения функции;
- b. Промежутки возрастания и убывания функции;
- c. Экстремумы функции;
- d. Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 - 32x - 5 \text{ на отрезке } [1;5]$$

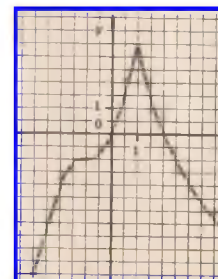
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = 2x^3 + 3x^2 + 2 \text{ на отрезке } [-2;1]$$

#### Вариант 7

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- a. Область определения функции;
- b. Промежутки возрастания и убывания функции;
- c. Экстремумы функции;
- d. Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = 6x^2 + 24x - 3 \text{ на отрезке } [-5; 0]$$

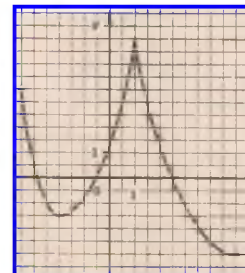
3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2 \text{ на отрезке } [-2; 2]$$

### Вариант 8

1. Функция  $y = f(x)$  задана своим графиком. Укажите:

- Область определения функции;
- Промежутки возрастания и убывания функции;
- Экстремумы функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



2. Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = -9x^2 + 18x + 2 \text{ на отрезке } [0; 3]$$

3. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4 \text{ на отрезке } [-1; 4]$$

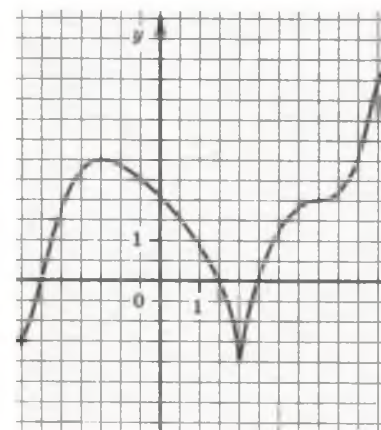
### Контрольная работа № 7 «Исследование функции и построение графика по заданным параметрам

#### Вариант 1

1. Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

- Область определения функции;
- Область значения функции;
- При каких значениях  $x$   $f(x) = 0$ ;
- При каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;



д. Промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

е. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.

**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

а. Область определения функции есть промежуток  $[-4 ; 3]$ ;

б. Значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;

в.  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; 0)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x=0$  и при  $x=2$ ;

г. Нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

**Вариант 2**

2. Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

а. Область определения функции

б. Область значения функции;

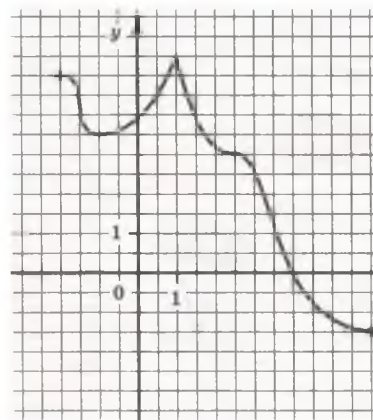
в. При каких значениях  $x$   $f(x) = 0$ ;

г. При каких значениях  $x$   $f(x) < -1$ ;

д. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;

е. Промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.



**2. Изобразите график функции  $y = f(x)$ , зная что:**

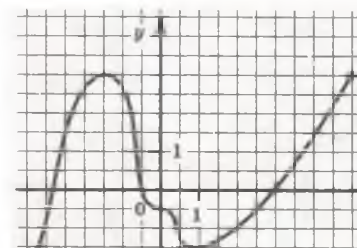
а. Область определения функции есть промежуток  $[-4 ; 3]$ ;

б. Значения функции составляют промежуток  $[-3; 3]$ ;

в.  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-3; -1)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-4; -3)$  и  $(-1; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$  и при  $x = 2$ ;

г. Нули функции:  $x = -3$ .

**Вариант 3**



**Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.**

**Укажите:**

- а. Область определения функции;
- б. Область значения функции;
- в. При каких значениях  $x$   $f(x) = 0$ ;
- г. При каких значениях  $x$   $f(x) \geq 3,5$ ;
- д. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- е. Промежутки возрастания и промежутки убывания;
- ж. Наибольшее и наименьшее значения функции.

**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

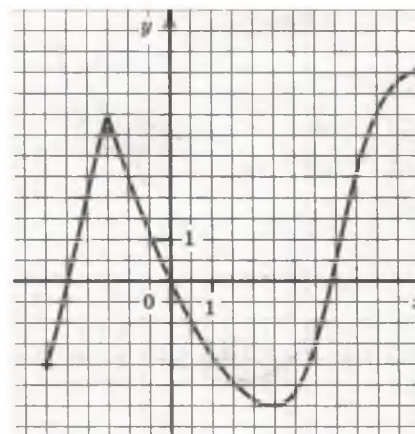
- а. Область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
- б. Значения функции составляют промежуток  $[-3; 2]$ ;
- в. Функция возрастает на промежутках  $[-4; -2]$  и  $[-1; 3]$ , убывает на промежутке  $[-2; -1]$ ;
- г. Значения функции отрицательные только в точках промежутков  $[-4; -2]$  и  $(-2; 1)$ .

**Вариант 4**

**Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.**

**Укажите:**

- а. Область определения функции;
- б. Область значения функции;
- в. При каких значениях  $x$   $f(x) = 0$ ;
- г. При каких значениях  $x$   $-1,5 \leq f(x) \leq 4$ ;
- д. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- е. Промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.



**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

- а. Область определения функции есть промежуток  $[-4; 3]$ ;
- б. Значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;

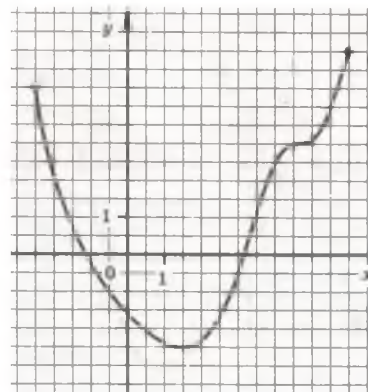
- в.  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-4; 0)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x=0$  и при  $x = 2$ ;
- г. Нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

### Вариант 5

Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

- Область определения функции;
- Область значения функции;
- При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- При каких значениях  $x$   $-1 \leq f(x) \leq 2$ ;
- При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- Промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- Наибольшее и наименьшее значение функции.



### 2. Изобразите график функции $y=f(x)$ , зная что:

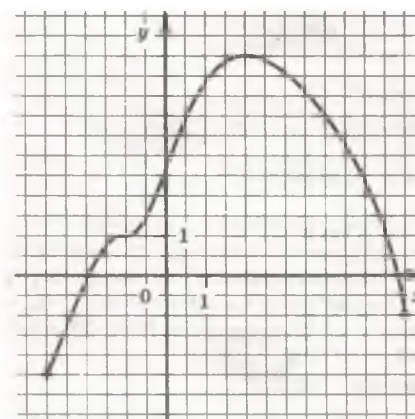
- Область определения функции есть промежуток  $[-3; 3]$ ;
- Значения функции составляют промежуток  $[-3; 4]$ ;
- $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-3; 0)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(0; 2)$  и  $(2; 3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;
- Нули функции:  $x = -1$  и  $x = 2$ .

### Вариант 6

Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

- Область определения функции;
- Область значения функции;
- При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- При каких значениях  $x$   $f(x) \geq 4$ ;
- Промежутки, на которых производная  $f'(x)$  принимает положительные, отрицательные значения;



- е. Точки экстремума функции;
- ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.

**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

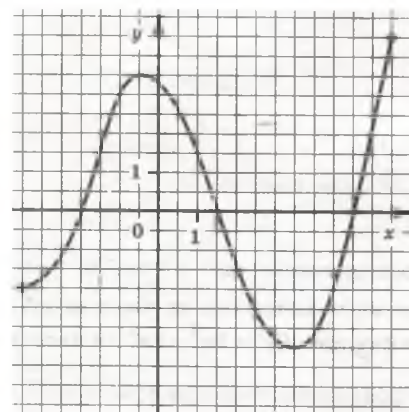
- а. Область определения функции есть промежуток  $[-4; 4]$ ;
- б. Значения функции составляют промежуток  $[-3; 5]$ ;
- в. Функция возрастает на промежутке  $[-1; 2]$ , убывает на промежутках  $[-4; -1]$  и  $[2; 4]$ ;
- г. Нули функции:  $-2$  и  $2$ .

**Вариант 7**

Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

- а. Область определения функции;
- б. Область значения функции;
- в. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- г. При каких значениях  $x$   $f'(x) \leq -2$ ;
- д. Координаты точек, в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс;
- е. Промежутки возрастания и убывания функции;
- ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.



**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

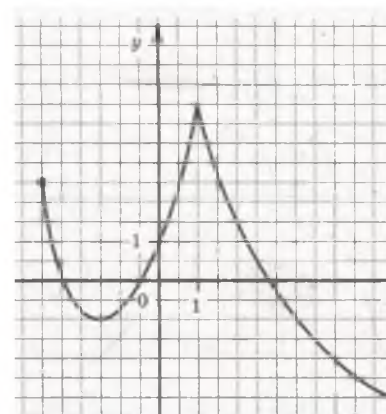
- а. Область определения функции есть промежуток  $[-5; 4]$ ;
- б. Значения функции составляют промежуток  $[-4; 5]$ ;
- в.  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(-1; 2)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-5; -1)$  и  $(2; 4)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 2$ ;
- г. Нули функции:  $x = -1$  и  $x = 3$ .

**Вариант 8**

Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком.

Укажите:

- а. Область определения функции;
- б. Область значения функции;



- в. При каких значениях  $x$   $f'(x) = 0$ ;
- г. При каких значениях  $x$   $f'(x) > 0$ ;
- д. Промежутки, на которых производная принимает положительные, отрицательные значения;
- е. Точки экстремума функции;
- ж. Наибольшее и наименьшее значение функции.

**2. Изобразите график функции  $y=f(x)$ , зная что:**

- а. Область определения функции есть промежуток  $[-2 ; 5]$ ;
- б. Значения функции составляют промежуток  $[-5; 2]$ ;
- в.  $f'(x) > 0$  для любого  $x$  из промежутка  $(3; 5)$ ,  $f'(x) < 0$  для любого  $x$  из промежутков  $(-2; 0)$  и  $(0;3)$ ,  $f'(x) = 0$  при  $x = 0$ ;
- г. Нули функции:  $x = 0$  и  $x = 4$ .
- д.

**Контрольная работа № 8 «Первообразная в точке»**

**Вариант 1**

**1. Найдите первообразную функции:**

- |                            |                                    |  |
|----------------------------|------------------------------------|--|
| а. $f(x) = x^8$            | и. $f(x) = \frac{1}{x^2}$          | о. $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{8}{x^7}$    |
| б. $f(x) = x^4$            | к. $f(x) = \frac{5}{x^4}$          | п. $f(x) = \frac{4}{5}x^4 + \frac{2}{x^3}$ |
| в. $f(x) = x^{13}$         | л. $f(x) = x^3 + 2x$               | р. $f(x) = e^x + \frac{2}{x}$              |
| г. $f(x) = x^{-5}$         | м. $f(x) = 7x^3 - 4\cos x$         |  |
| д. $f(x) = \frac{3}{2}x^8$ | н. $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + 4$ |  |
| е. $f(x) = 5x$             |                                    |  |
| ж. $f(x) = \sin x$         |                                    |  |
| з. $f(x) = \frac{3}{x}$    |                                    |  |

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 3x^3 + 6x - 7$  в точке  $(1; 2)$ .

3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = x^3 - 12x + 3$ , значение которой при  $x = 1$  отрицательно.

## Вариант 2

1. Найдите первообразную функции:

а.  $f(x) = x^6$

и.  $f(x) = \frac{1}{x^3}$

о.  $f(x) = \frac{2}{x^6} + \frac{8}{x}$

б.  $f(x) = x^3$

к.  $f(x) = \frac{6}{x^7}$

п.  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{x^5}$

г.  $f(x) = x^{-7}$

л.  $f(x) = x^2 + 2x^5$

р.  $f(x) = 4^x + 4x$

д.  $f(x) = \frac{5}{6}x^9$

м.  $f(x) = 7x - \frac{4}{\cos^2 x}$

е.  $f(x) = -3x$

ж.  $f(x) = \cos x$

з.  $f(x) = \frac{2}{x}$

н.  $f(x) = \frac{1}{x} + 7$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 2x - x^3$  в точке  $(-1; 3)$ .

3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = x^3 + 4x + 5$ , значение которой при  $x = 1$  положительно.

## Вариант 3

1. Найдите первообразную функции

а.  $f(x) = x^3$

з.  $f(x) = \frac{4}{x}$

и.  $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x} - 6$

б.  $f(x) = x^{10}$

и.  $f(x) = \frac{1}{x^3}$

о.  $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{8}{x^7}$

в.  $f(x) = x^5$

к.  $f(x) = \frac{8}{x^7}$

п.  $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{14}{x^6}$

г.  $f(x) = x^{-9}$

л.  $f(x) = x^5 - 6x$

д.  $f(x) = \frac{2}{5}x^4$

е.  $f(x) = -5x$

м.  $f(x) = 6x^3 - 3\sin x$

ж.  $f(x) = x$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 3x^2 + 6x^2 - 1$  в точке  $(-1; 3)$ .



3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 4x^3 + 2x - 9$ , значение которой при  $x = -1$  отрицательно

Вариант 4

1. Найдите первообразную функции

а.  $f(x) = x^9$

з.  $f(x) = -\frac{3}{x}$

м.  $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{4x^2}$

б.  $f(x) = x^{-3}$

и.  $f(x) = \frac{1}{x^5}$

н.  $f(x) = \cos x - 3$

в.  $f(x) = x^{16}$

к.  $f(x) = \frac{5}{x^3}$

о.  $f(x) = \frac{2}{x^5} + \frac{4}{x^3}$

г.  $f(x) = x^2$

л.  $f(x) = x^6 + 3x^{-5}$

п.  $f(x) = \frac{2}{5}x^5 + \frac{2}{x^7}$

д.  $f(x) = \frac{1}{6}x^5$

е.  $f(x) = x$

ж.  $f(x) = 6x$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = x - 10x^4 + 1$  в точке (1; -3).

3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 2x^3 - 4x + 1$ , значение которой при  $x = 1$  положительно.

Вариант 5

1. Найдите первообразную функции:

а.  $f(x) = x^5$

з.  $f(x) = \frac{2}{\sin^2 x}$

м.  $f(x) = 9 - \frac{4}{x}$

б.  $f(x) = x^{13}$

и.  $f(x) = \frac{1}{x^{-3}}$

н.  $f(x) = \frac{1}{x} + 7x$

в.  $f(x) = x^2$

к.  $f(x) = \frac{7}{x^3}$

о.  $f(x) = \frac{8}{x^3} + \frac{1}{x^2}$

г.  $f(x) = x^{-9}$

л.  $f(x) = 3x^2 - x^8$

п.  $f(x) = \frac{6}{5}x^5 - \frac{2}{x^7}$

д.  $f(x) = \frac{2}{7}x^6$

е.  $f(x) = -4x$

ж.  $f(x) = 9x^{-2}$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 2x^3 - 6x^5$  в точке (1; 8).
3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 2x - 9x^2 - 3$ , значение которой при  $x = 1$  отрицательно.

**Вариант 6**

1. Найдите первообразную функции:

а. $f(x) = x^{14}$	з. $f(x) = \frac{6}{x}$	н. $f(x) = \frac{6}{\cos^2 x} - 6x^2$
б. $f(x) = x^3$	и. $f(x) = \frac{5}{x^9}$	о. $f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{8}{x}$
в. $f(x) = x^{15}$	к. $f(x) = \cos x + 3 \sin x$	п. $f(x) = \frac{4}{7}x^6 + \frac{20}{x^9}$
г. $f(x) = x^{-2}$	л. $f(x) = x^7 - 3x^2$	
д. $f(x) = \frac{3}{7}x^5$	м. $f(x) = 6x - \frac{3}{x}$	
е. $f(x) = 8x$		
ж. $f(x) = \frac{1}{2}x$		

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = x^4 + 3x^2 + x$  в точке (1; 9).
3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 6 + 2x^2 - 8x$ , значение которой при  $x = 1$  отрицательно.

**Вариант 7**

1. Найдите первообразную функции:

а. $f(x) = x^3$	ж. $f(x) = 3x$	л. $f(x) = 5x^9 - x$
б. $f(x) = x^{-4}$	з. $f(x) = \frac{9}{x}$	м. $f(x) = \frac{7}{2}x^3 - \cos x$
в. $f(x) = x^{17}$	и. $f(x) = \frac{4}{x^7}$	н. $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{4}{x^5}$
г. $f(x) = x^{-2}$	к. $f(x) = \frac{1}{x^3}$	
д. $f(x) = \frac{3}{2}x^{11}$		
е. $f(x) = 5x^9$		

o.  $f(x) = \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{3}{x^5}$

п.  $f(x) = \frac{4}{5\sqrt{x}} + \frac{1}{x^5}$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 6x^5 + 8x - 9$  в точке  $(-1 \ 8)$ .

3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 6x^2 + 4x - 5$ , значение которой при  $x = -1$  положительно.

### Вариант 8

1. Найдите первообразную функции:

а.  $f(x) = x^{-6}$

б.  $f(x) = x^7$

в.  $f(x) = x^2$

г.  $f(x) = x^{-3}$

д.  $f(x) = \frac{5}{8}x^{17}$

е.  $f(x) = \frac{2}{3}x$

ж.  $f(x) = \frac{5}{8\sqrt{x}}$

з.  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$

и.  $f(x) = \frac{9}{x^5}$

к.  $f(x) = \frac{1}{x^7}$

л.  $f(x) = x^4 - 7x^6$

м.  $f(x) = 5x + \frac{3}{\sin^2 x}$

н.  $f(x) = \frac{1}{x} + 7x^3$

о.  $f(x) = \frac{2}{x^3} + 8$

п.  $f(x) = \frac{3}{4}x^7 + \frac{2}{x}$

2. Найдите первообразную для функции  $f(x) = 2x + 8x^3 + 4$  в точке (2; 3).
3. Найдите какую-нибудь первообразную функции  $f(x) = 6 - 4x^3 - 12x^2$ , значение которой при  $x = 2$  отрицательно

Контрольная работа № 9 «Интеграл и его свойства»

Вариант 1

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x^2 dx$

в.  $\int (x^4 + x) dx$

б.  $\int \frac{x^2}{3} dx$

г.  $\int \sin x dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_{-1}^3 (1 - 2x + 3x^3) dx$

б.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \left( \cos x - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$

3. Проверьте равенство:

$$\int_{\theta}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \int_{\theta}^4 \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Вариант 2

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x^4 dx$

в.  $\int (x^3 + 2x) dx$

б.  $\int \frac{1}{x^3} dx$

г.  $\int (x - 1) dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_1^3 (4x^3 + x + 1) dx$

$$6. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{2}{\cos^2 x} - \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$$

3. Проверьте равенство:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} 8 \cos x dx = \int_1^2 \frac{1}{2x^3}$$

Вариант 3

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x^6 dx$

в.  $\int (x^3 + 5) dx$

б.  $\int \frac{2}{x^3} dx$

г.  $\int 7 \cos x dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_{-1}^2 (3x^3 + 6x - 3) dx$

б.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - 3 \sin x) dx$

3. Проверьте равенство:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \int_0^4 \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Вариант 4

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int \frac{4}{x} dx$

в.  $\int (x^2 + 2) dx$

б.  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$

г.  $\int (4x - 2) dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_1^2 (x^3 - x + 12) dx$

$$6. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \sin x - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$$

3. Проверьте равенство:

$$\int_2^6 (4 - x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{9}{\cos^2 x}$$

### Вариант 5

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x^3 dx$

в.  $\int (3x + 4) dx$

б.  $\int \cos x dx$

г.  $\int \frac{2}{x} dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_0^2 (3x^2 + 4x - 2) dx$

б.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \cos x + \frac{5}{\cos^2 x} \right) dx$

3. Проверьте равенство:

$$\int_1^2 \frac{4}{x^3} dx = \int_0^4 \frac{2}{\sqrt{x}}$$

### Вариант 6

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x dx$

в.  $\int (3 \sin x + x) dx$

б.  $\int \frac{5}{x} dx$

г.  $\int (2x - x^5) dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 7) dx$

б.  $\int_1^2 \left( \frac{2}{x^2} - x \right) dx$

3. Проверьте равенство:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{8}{\cos^2 x} dx = \int_0^2 (x^2 - 4x) dx$$

Вариант 7

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int x^7 dx$

в.  $\int \left( \frac{x^3}{2} + x \right) dx$

б.  $\int \frac{2}{\sin^2 x} dx$

г.  $\int (7 + x) dx$

2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_1^2 (x^2 - 6x + 1) dx$

б.  $\int_0^1 \left( x^3 - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$

3. Проверьте равенство:  $\int_2^3 (x^2 + 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 5 \cos x$

Вариант 8

1. Найдите неопределенный интеграл:

а.  $\int \frac{1}{x^4} dx$

в.  $\int (x + 2x^3) dx$

б.  $\int 6 \sin x dx$

г.  $\int (4x^5 + 7) dx$



2. Вычислите определенный интеграл:

а.  $\int_1^2 (6x^2 + 2x - 4) dx$

б.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( 3 \cos x + \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$

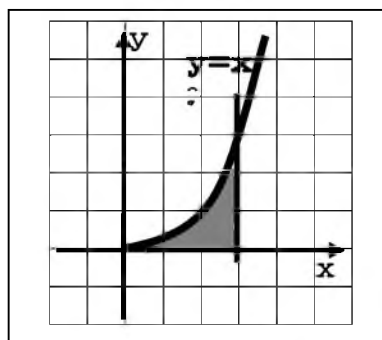
3. Проверьте равенство:

$$\int_0^3 (4x - 3) dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{9}{\sin^2 x} dx$$

Контрольная работа № 10 «Площадь криволинейной трапеции»

ВАРИАНТ 1

1. Вычислите площадь фигуры изображенной на рисунке. За единичный отрезок принимается одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=3x+1, y=0, x=0, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

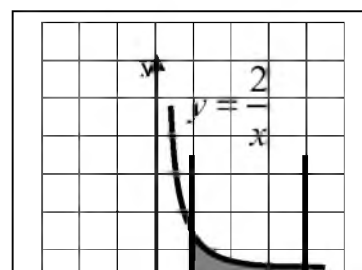
$$y=x^2 - 2x, y=-1.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=x^2, y=12-4x, y=0, x \geq 0.$$

ВАРИАНТ 2

1. Вычислите площадь фигуры



изображенной на рисунке. За  
единичный отрезок  
принимается одна клеточка.

2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=4-x, y=0, x=-1, x=1.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

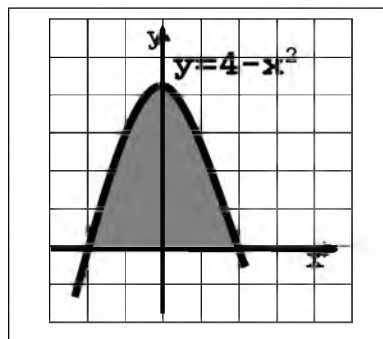
$$y=4x-5, y=3, x=0.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=x^3, y=2-x, y=0.$$

### ВАРИАНТ 3

1. Вычислите площадь фигуры  
изображенной на рисунке. За  
единичный отрезок  
принимается одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=x^2-9, y=0, x=0, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

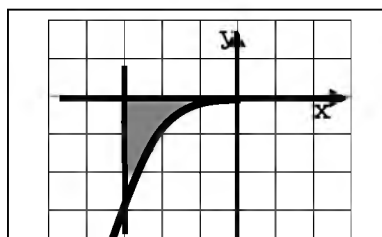
$$y=2x, y=x-2, x=0.$$

5. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=3x^2, y=-4x, y=-2, x=1.$$

### ВАРИАНТ 4

1. Вычислите площадь фигуры



изображенной на рисунке. За  
единичный отрезок  
принимается одна клеточка.

2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=1-x^2, y=0, x=-2, x=-1.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

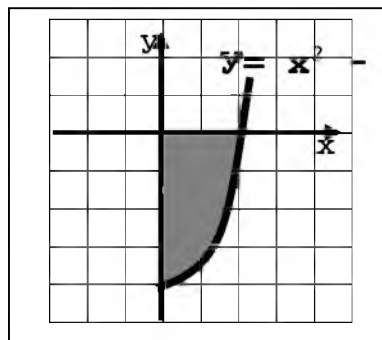
$$y=3x^2, y=3x.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=x-1, y=-2x+8, y \geq 0.$$

### ВАРИАНТ 5

1. Вычислите площадь фигуры  
изображенной на рисунке. За  
единичный отрезок принимается  
одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=2x-6, y=0, x=-1, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

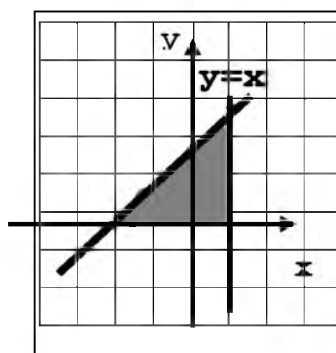
$$y=x^3, y=8, x=0.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=-2x+4, y=2x-4, y=0.$$

### ВАРИАНТ 6

1. Вычислите площадь фигуры  
изображенной на рисунке. За  
единичный отрезок  
принимается одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=4-x^2, y=0, x=-1, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

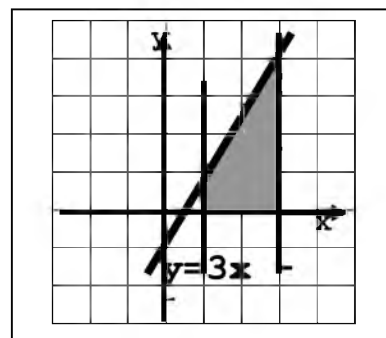
$$y=3x, y=x, x=2.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=\frac{1}{x}, y=x, x=2, y=0.$$

### ВАРИАНТ 7

1. Вычислите площадь фигуры изображенной на рисунке. За единичный отрезок принимается одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=6x^3, y=0, x=0, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

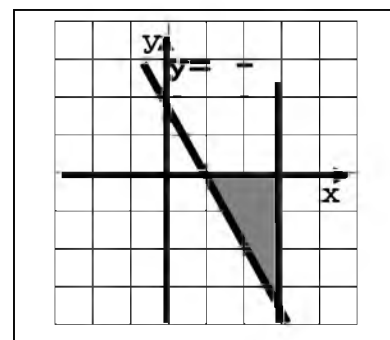
$$y=2x^2 + x, y=3.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=x, y=-3x, y=-1, x=3, y \geq 0.$$

### ВАРИАНТ 8

1. Вычислите площадь фигуры изображенной на рисунке. За единичный отрезок принимается одна клеточка.



2. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=8-x^3, y=0, x=1, x=2.$$

3. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y=2-x^2, y=x.$$

4. Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = -\frac{1}{x}, \quad y = -x, \quad x = -3.$$

Контрольная работа № 11 «Нахождение числовых значений тригонометрических функции»

В – 1

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 4\cos\frac{\pi}{3} - 3\sin\frac{\pi}{6} + 2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$$

$$б) 6\operatorname{tg}\pi + 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}$$

2. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = -\frac{8}{17}$ ,  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

3. Проверьте равенство:

$$\cos^2\frac{\pi}{3} + 2\sin^2\frac{\pi}{4} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{\pi}{6}$$

4. Упростите выражение:  $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$

В – 2

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 2\sin^2\frac{\pi}{3} - 3\cos^2\frac{\pi}{6} - 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3}$$

$$б) 5\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - 4\cos\frac{\pi}{2} + \sin^2\frac{\pi}{4}$$

2. Найдите значение  $\cos x$ , если  $\sin x = \frac{24}{25}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

3. Проверьте равенство:

$$\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3} + 3\cos^2\frac{\pi}{4} = 2\cos^2\frac{\pi}{6} + 4\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}$$

4. Упростите выражение:  $\frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} + \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha}$

В – 3

1. Вычислите значение выражения:

$$a) \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} + 3 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 2 \sin \frac{\pi}{2}$$

$$б) 5 \operatorname{tg} \pi - 4 \cos \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

2. Найдите значение  $\cos x$ , если  $\sin x = -\frac{7}{9}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

3. Проверьте равенство:

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} - 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 4 \sin^2 \frac{\pi}{6} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{4}$$

4. Упростите выражение:  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} - \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

В-4

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 5 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{6}$$

$$б) \cos \frac{\pi}{3} + 3 \sin \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$$

2. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = \frac{7}{25}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

3. Проверьте равенство:

$$\sin^2 \frac{\pi}{4} - 5 \operatorname{tg} 2\pi = \cos^2 \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{6}$$

4. Упростите выражение:  $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$

В-5

1. Вычислите значение выражения:

$$a) \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} - 7 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} - \cos 2\pi$$

$$б) 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} + 4 \sin \frac{\pi}{2} - \cos^2 \frac{\pi}{2}$$

2. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = -\frac{5}{12}$ ,  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

3. Проверьте равенство:

$$2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} - 4\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6} = \cos\pi - \operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{3}$$

4. Упростите выражение:  $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1 + \sin\alpha \cdot \cos\alpha$

В – 6

1. Вычислите значение выражения:

a)  $\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6} + 3\cos^2\frac{\pi}{6} - 3\sin\pi$

б)  $4\cos^2\frac{\pi}{4} - 6\sin\frac{\pi}{6} + \cos\pi$

2. Найдите значение  $\cos x$ , если  $\sin x = \frac{2}{3}$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$

3. Проверьте равенство:

$$4\cos^2\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3} = \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} + 2\cos^2\pi$$

4. Упростите выражение:  $\frac{\cos\alpha}{1 - \sin\alpha} - \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}$

В – 7

1. Вычислите значение выражения:

a)  $2\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{6} + 3\sin^2\frac{\pi}{3} + 2\cos\frac{\pi}{3}$

б)  $\cos^2\frac{\pi}{4} + \cos^2\frac{\pi}{2} - 7\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$

2. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

3. Проверьте равенство:

$$3\sin\frac{3\pi}{2} + \cos^2\frac{\pi}{4} = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + 2\sin^2\frac{\pi}{4}$$

4. Упростите выражение:  $\frac{\cos\alpha}{1 + \sin\alpha} + \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha}$

В – 8

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 6\sin\frac{\pi}{6} - 2\cos^2\frac{\pi}{6} - 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}$$

$$б) 3\cos\frac{\pi}{3} + 2\sin^2\frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{4}$$

2. Найдите значение  $\cos x$ , если  $\sin x = -\frac{12}{17}$ ,  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

3. Проверьте равенство:

$$2\cos^2\frac{\pi}{6} + \sin\frac{3\pi}{2} = \operatorname{tg}^2\pi - \sin^2\frac{\pi}{4}$$

4. Упростите выражение:  $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 - (1 - \sin\alpha \cdot \cos\alpha)$

В – 9

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 2\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{6} - \sin^2\frac{\pi}{4} + 2\cos^3 2\pi$$

$$б) \cos^2\frac{\pi}{6} + \sin^2\frac{\pi}{2} - 7\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$$

2. Найдите значение  $\cos x$ , если  $\sin x = -\frac{6}{11}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

3. Проверьте равенство:

$$2\cos\frac{\pi}{2} + 3\sin\pi = 2\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - 4\sin^2\frac{\pi}{6}$$

4. Упростите выражение:  $\left(1 + \frac{1}{\cos^2\alpha}\right) - \operatorname{tg}\alpha$

В – 10

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 3\sin^2\frac{\pi}{4} - 2\cos\pi - 3\operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{4}$$

$$б) 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}^2\frac{\pi}{4}$$



2. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = -\frac{4}{7}$ ,  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$

3. Проверьте равенство:

$$2\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{3} + \cos \pi = \cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

4. Упростите выражение:  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - (1 - \cos^2 \alpha)$

### Контрольная работа № 12 «Формулы приведения и сложения»

В – 1

1. Вычислите значение выражения:

а)  $\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} + 3\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 2\sin \frac{\pi}{2}$

б)  $5\operatorname{tg} \pi - 4\cos \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{4}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 37^\circ \cos 7^\circ - \sin 7^\circ \cos 37^\circ$

б)  $\cos 52^\circ \cos 8^\circ - \sin 52^\circ \sin 8^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $3\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$

б.  $\cos(2\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\cos(\pi + x)$

4. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{9}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

В – 2

1. Вычислите значение выражения:

а)  $5\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} + 2\cos^2 \frac{\pi}{6}$

б)  $\cos \frac{\pi}{3} + 3\sin \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 12^\circ \cos 78^\circ + \sin 78^\circ \cos 12^\circ$

б)  $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$

3. Упростите выражение:

•  $2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4\operatorname{ctg}x + \operatorname{ctg}(2\pi + x)$

$\cos x + 8\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)$

4. Найдите значение  $\sin x$ , если  $\cos x = \frac{7}{25}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

**В – 3**

1. Вычислите значение выражения:

а)  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} + 3\cos^2 \frac{\pi}{6} - 3\sin\pi$

б)  $4\cos^2 \frac{\pi}{4} - 6\sin \frac{\pi}{6} + \cos\pi$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\cos 44^\circ \cos 16^\circ - \sin 44^\circ \sin 16^\circ$

б)  $\sin 152^\circ \cos 62^\circ - \sin 152^\circ \sin 62^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos x + 7\cos(2\pi + x)$

б.  $7\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 6\cos(\pi - x)$

4. Найдите  $\sin\alpha$ , если  $\cos\alpha = -\frac{2}{5}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

**В – 4**

а)  $2\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} + 3\sin^2 \frac{\pi}{3} + 2\cos \frac{\pi}{3}$

1. Вычислите значение выражения:

б)  $\cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{2} - 7\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 37^\circ \cos 8^\circ + \sin 8^\circ \cos 37^\circ$

б)  $\cos 52^\circ \cos 22^\circ + \sin 52^\circ \sin 22^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $3\cos x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

б.  $3\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(2\pi + x) - 4\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

4. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{6}{13}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

В – 5

1. Вычислите значение выражения:

а)  $3\sin^2 \frac{\pi}{4} - 2\cos \pi - 3\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}$

б)  $3\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 57^\circ \cos 3^\circ + \sin 3^\circ \cos 57^\circ$

б)  $\cos 42^\circ \cos 18^\circ - \sin 18^\circ \sin 42^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $3\sin x + 2\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

б.  $3\cos(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$

4. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{11}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

В – 6

1. Вычислите значение выражения:

а)  $6\sin \frac{\pi}{6} - 2\cos^2 \frac{\pi}{6} - 3\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4}$

б)  $3\cos \frac{\pi}{3} + 2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{4}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 98^\circ \cos 38^\circ - \sin 38^\circ \cos 98^\circ$

б)  $\cos 52^\circ \cos 7^\circ + \sin 7^\circ \sin 52^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $\operatorname{ctg}(\pi - x) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\operatorname{ctg}(\pi + x)$

б.  $2\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\cos(\pi + x)$

4. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{2}{9}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

В – 7

1. Вычислите значение выражения:

а)  $2\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{4} + 2\cos^3 2\pi$

б)  $\cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{2} - 7\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$

2. Вычислите без таблиц:

а)  $\cos 53^\circ \cos 83^\circ + \sin 53^\circ \sin 83^\circ$

б)  $\sin 28^\circ \cos 27^\circ + \sin 27^\circ \cos 28^\circ$

3. Упростите выражение:

а.  $\operatorname{ctg} x + 6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 4\operatorname{ctg}(\pi + x)$

б.  $3\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$

4. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{13}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

В – 8

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 4\cos\frac{\pi}{3} - 3\sin\frac{\pi}{6} + 2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$$

$$б) 6\operatorname{tg}\pi + 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4} - \sin^2\frac{\pi}{3}$$

2. Вычислите без таблиц:

$$a) \sin 62^\circ \cos 17^\circ - \sin 17^\circ \cos 62^\circ$$

$$б) \cos 96^\circ \cos 51^\circ + \sin 51^\circ \sin 96^\circ$$

3. Упростите выражение:

$$\cos(2\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\cos(\pi + x)$$

$$5\operatorname{tg}x + 2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{tg}(\pi + x)$$

$$4. \text{ Найдите } \cos\alpha, \text{ если } \sin\alpha = -\frac{1}{3} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

В – 9

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 2\sin^2\frac{\pi}{3} - 3\cos^2\frac{\pi}{6} - 3\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{3}$$

$$б) 5\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - 4\cos\frac{\pi}{2} + \sin^2\frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите без таблиц:

$$a) \cos 23^\circ \cos 83^\circ + \sin 23^\circ \sin 83^\circ$$

$$б) \sin 27^\circ \cos 18^\circ + \sin 18^\circ \cos 27^\circ$$

3. Упростите выражение:

$$a. -5\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 6\cos(2\pi - x)$$

$$б. \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 9\cos(\pi + x) - 2\cos(2\pi + x)$$

$$4. \text{ Найдите } \sin\alpha, \text{ если } \cos\alpha = \frac{9}{10} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

1. Вычислите значение выражения:

$$a) 2\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} + 3\sin^2 \frac{\pi}{3} + 2\cos \frac{\pi}{3}$$

$$б) \cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{2} - 7\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$$

2. Вычислите без таблиц:

$$a) \sin 71^\circ \cos 26^\circ - \sin 26^\circ \cos 71^\circ$$

$$б) \cos 84^\circ \cos 24^\circ + \sin 84^\circ \sin 24^\circ$$

3. Упростите выражение:

$$3\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$3\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}(2\pi + x) - 4\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

4. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{6}{7}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

### Контрольная работа № 13

#### «Простейшие тригонометрические уравнения»

##### Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$a) \sin x = 1$$

$$в) \operatorname{ctg}x = -\sqrt{3}$$

$$д) 2\sin x = 1$$

$$б) \cos x = \frac{1}{2}$$

$$з) \operatorname{tg}x = 0$$

$$e) \cos x + 1 = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) \operatorname{tg}2x - \sqrt{3} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$в) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$з) \cos(2\pi - x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$e) \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0$$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

a)  $\cos x = -1$

в)  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

д)  $2 \sin x = 2$

б)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

з)  $\operatorname{tg} x = 1$

е)  $2 \cos x + 1 = 0$

2. Найдите все корни уравнения:

a)  $2 \cos 3x - \sqrt{3} = 0$

б)  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$

в)  $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$

з)  $\sin(\pi - x) = \frac{1}{2}$

е)  $\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{ctg}(\pi + x) = 0$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

a)  $\sin x = -1$

в)  $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

д)  $2 \sin x = \sqrt{2}$

б)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

з)  $\operatorname{tg} x = -1$

е)  $\cos x + 1 = 1$

2. Найдите все корни уравнения:

a)  $\operatorname{tg} 2x - \sqrt{3} = 0$

б)  $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

в)  $\cos(\pi + x) = -\frac{1}{2}$

з)  $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1$

е)  $\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0$

Вариант 4

1. Решите уравнение:

a)  $\cos x = 0$

в)  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$

д)  $2 \cos x = -2$

$$б) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$з) \operatorname{ctgx} = 1$$

$$е) 2\cos x + 1 = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) \operatorname{tg} 3x + \sqrt{3} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$в) 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$$

$$з) \operatorname{tg}(\pi - x) + 1 = 0$$

$$е) \cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0$$

Вариант 5

1. Решите уравнение:

$$а) \operatorname{ctgx} = 1$$

$$в) \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$

$$д) 2\sin x = \sqrt{3}$$

$$б) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$з) \operatorname{ctgx} = 0$$

$$е) \cos x + 1 = 2$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) 3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$в) \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$з) \cos(\pi - x) = \frac{1}{2}$$

$$е) \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{tg}(\pi + x) = 0$$

Вариант 6

1. Решите уравнение:

$$а) \operatorname{ctgx} = 0$$

$$в) \operatorname{ctgx} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$д) 2 - \sin x = 2$$

$$б) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$з) \cos x = 1$$

$$е) -2\cos x + 1 = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) 2\sin 2x - \sqrt{2} = 0$$

$$б) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$$



$$в) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$$

$$з) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{2}$$

$$е) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \operatorname{ctgx} + \operatorname{ctg}(2\pi + x) = 0$$

Вариант 7

1. Решите уравнение:

$$а) \sin x = 0$$

$$в) \operatorname{ctgx} = \sqrt{3}$$

$$д) 2 \sin x = -\sqrt{2}$$

$$б) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$з) \operatorname{tg} x = -1$$

$$е) 2 \cos x + 1 = 1$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) \cos \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$в) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$з) \operatorname{tg}(\pi - x) - 1 = 0$$

$$е) \cos x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x) = 0$$

Вариант 8

1. Решите уравнение:

$$а) \cos x = 0$$

$$в) \operatorname{tg} x = 0$$

$$д) 2 \sin x = 2$$

$$б) \sin x = \frac{1}{2}$$

$$з) 3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$е) 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) 2 \sin 3x + \sqrt{2} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$в) \operatorname{ctg}(2\pi + x) = -1$$

$$з) 2 \cos(2\pi - x) + 1 = 0$$

$$е) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos x + \cos(2\pi + x) = 0$$

Вариант 9

1. Решите уравнение:

$$а) \sin x = 1$$

$$в) \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$

$$д) 2 \sin x = \sqrt{3}$$

$$б) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$з) \operatorname{tg} x = 0$$

$$е) 2\cos x + 2 = 1$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) \sin 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$в) \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$$

$$з) \cos(\pi + x) = \frac{1}{2}$$

$$е) \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) = 1$$

Вариант 10

1. Решите уравнение:

$$а) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$в) \operatorname{tg} x = 1$$

$$д) 3\sin x = -3$$

$$б) \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$з) 3\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$$

$$е) 2\cos x - \sqrt{2} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) 2\sin 3x - \sqrt{3} = 0$$

$$б) \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$в) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$$

$$з) \operatorname{tg}(2\pi - x) - \sqrt{3} = 0$$

$$е) \sin(2\pi - x) + \cos x - \cos(2\pi + x) = \frac{1}{2}$$

Контрольная работа № 14 «Тригонометрические уравнения»

В – 1

1. Решите уравнение:

$$а) \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$$

$$б) 2\cos\frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$а) 2\cos^2 x + 3\cos x - 5 = 0$$

$$б) 2\cos^2 x - 3\sin x = 5$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$\cos^2 x + \cos x = -\sin^2 x$$

В – 2

1. Решите уравнение:

$$a) \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} + x \right) + 2 = 0$$

$$б) \sin 3x + 0,5 = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) \cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$$

$$б) 6 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$(\sin x + 1)^2 = \sin^2 x + 1$$

В – 3

1. Решите уравнение:

$$a) 7 \cos \left( \frac{3\pi}{2} - x \right) - \sin x + 1 = 0$$

$$б) 3 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) 4 \cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0$$

$$б) 8 \sin^2 x - 2 \sin x = 1$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$\cos^2 x + \cos x = \frac{1}{2} - \sin^2 x$$

В – 4

1. Решите уравнение:

$$a) \cos(2\pi - x) + \sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = \sqrt{2}$$

$$б) 3 \operatorname{tg} 2x - \sqrt{3} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) 2 \sin^2 x - 5 \cos x + 1 = 0$$

$$б) \sin^2 x + 2 \sin x + 1 = 0$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$(\cos x + 1)^2 = \cos^2 x + 1$$

В – 5

1. Решите уравнение:

$$a) \operatorname{tg}(\pi - x) - 2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3}$$

$$б) 2\cos\frac{x}{3} + \sqrt{3} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$$

$$б) 6\cos^2 x - 5\sin x - 7 = 0$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$\cos^2 x + 2\cos x = -\sin^2 x$$

В – 6

1. Решите уравнение:

$$a) 2\operatorname{tg}x - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sqrt{3} = 0$$

$$б) \sin 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$a) -2\sin x^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$б) 4\sin^2 x + 2\cos x = 7$$

3. Найдите корни, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

$$(\sin x + 2)^2 = \sin^2 x + 4$$

Контрольная работа № 15 «Степень»

В – 1

1. Вычислите:

$$а) 8^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{1}{4}}$$

$$а) 7^{\frac{2}{8}} \cdot 7^{\frac{14}{8}}$$

$$а) 64^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot 32^{\frac{1}{5}}$$

$$а) 16^{\frac{1}{5}} \cdot 8^{\frac{1}{15}}$$

$$а) 2 \cdot 8^{\frac{2}{3}} - 625^{\frac{1}{4}}$$

2. Найдите значение выражения:

$$а) \frac{(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^2}$$

$$а) 25^{\frac{3}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} + 9^{\frac{3}{2}}$$

$$\hat{a}) 16^{\frac{3}{4}} - 3 \cdot 27^{\frac{2}{3}} + (7^0)^2$$

3. Из чисел  $64^{\frac{1}{2}}$ ,  $125^{\frac{2}{3}}$ ,  $729^{\frac{1}{6}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$3 \cdot \bigcirc + 4 : \bigcirc - 5 \cdot \bigcirc$$

В-2

1. Вычислите:

$$\hat{a}) 25^{\frac{1}{2}} + 81^{\frac{3}{4}}$$

$$\tilde{a}) 2^{\frac{10}{4}} \cdot 2^{\frac{6}{4}}$$

$$\acute{a}) 2 \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 243^{\frac{2}{5}}$$

$$\ddot{a}) 49^{\frac{1}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{6}}$$

$$\hat{a}) 125^{\frac{2}{3}} - 4 \cdot 16^{\frac{3}{4}}$$

2. Найдите значение выражения:

$$\hat{a}) \frac{(a^{\frac{3}{5}} \cdot b^{\frac{1}{5}})^2}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}$$

$$\acute{a}) 144^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{1}{3}} + 16^{\frac{1}{2}}$$

$$\hat{a}) 3 \cdot 125^{\frac{1}{3}} - 4 \cdot (3^0)^3 - 64^{\frac{1}{3}}$$

3. Из чисел  $64^{\frac{1}{3}}$ ,  $25^{\frac{1}{2}}$ ,  $16^{\frac{3}{4}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$5 \cdot \bigcirc - 3 : \bigcirc + 2 \cdot \bigcirc$$

В-3

1. Вычислите:

$$\hat{a}) 32^{\frac{1}{5}} + 256^{\frac{3}{4}}$$

$$\tilde{a}) 4^{\frac{3}{7}} \cdot 4^{\frac{11}{7}}$$

$$á) 3 \cdot 8^{\frac{2}{3}} - 343^{\frac{1}{3}}$$

$$ä) 729^{\frac{1}{3}} : 729^{\frac{1}{6}}$$

$$\hat{a}) 16^{\frac{3}{4}} + 5 : 125^{\frac{1}{3}}$$

2. Найдите значение выражения:

$$\grave{a}) \frac{(a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{1}{8}})^2}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}$$

$$\acute{a}) 128^{\frac{2}{7}} - 25^{\frac{1}{2}} + (64^0)^3$$

$$\hat{a}) 256^{\frac{3}{4}} - 5 \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 64^{\frac{2}{3}}$$

3. Из чисел  $243^{\frac{2}{5}}$ ,  $36^{\frac{1}{2}}$ ,  $729^{\frac{1}{3}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$3 : \bigcirc + 4 \cdot \bigcirc + 5 \cdot \bigcirc$$

В – 4

1. Вычислите:

$$\grave{a}) 256^{\frac{3}{8}} + 9^{\frac{3}{2}}$$

$$\tilde{a}) 9^{\frac{8}{5}} \cdot 9^{\frac{7}{5}}$$

$$\acute{a}) 2 \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 64^{\frac{1}{2}}$$

$$\grave{a}) 256^{\frac{1}{4}} \cdot 256^{\frac{3}{8}}$$

$$\hat{a}) 32^{\frac{2}{5}} - 4 : 16^{\frac{3}{4}}$$

2. Найдите значение выражения:

$$\grave{a}) \frac{(a^{\frac{5}{6}} \cdot b^{\frac{1}{3}})^5}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{5}}}$$

$$\acute{a}) 64^{\frac{2}{3}} - 243^{\frac{2}{5}} + 4^{\frac{1}{2}}$$

$$\hat{a}) 3 \cdot 729^{\frac{1}{6}} - 4 \cdot 25^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{2}{3}}$$

3. Из чисел  $729^{\frac{1}{3}}$ ,  $100^{\frac{1}{2}}$ ,  $81^{\frac{3}{4}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$6 \cdot \bigcirc + 2 : \bigcirc + 3 \cdot \bigcirc$$

В – 5

1. Вычислите:

а)  $64^{\frac{5}{6}} + 625^{\frac{1}{4}}$

г)  $6^{\frac{1}{3}} \cdot 6^{\frac{5}{3}}$

б)  $3 \cdot 343^{\frac{2}{3}} - 81^{\frac{1}{4}}$

д)  $25^{\frac{1}{6}} \cdot 6^{\frac{1}{3}}$

в)  $27^{\frac{1}{3}} + 64^{\frac{2}{3}} : 2$

2. Найдите значение выражения:

а)  $\frac{\left(a^{\frac{2}{7}} b^{\frac{5}{7}}\right)^{\frac{7}{2}}}{a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{4}}}$

б)  $128^{\frac{2}{7}} + 125^{\frac{2}{3}} - 49^{\frac{1}{2}}$       в)

$5 \cdot 32^{\frac{3}{5}} - 2 \cdot 81^{\frac{1}{2}} + (62^0)^7$

3. Из чисел  $64^{\frac{2}{3}}$ ,  $81^{\frac{1}{4}}$ ,  $343^{\frac{1}{7}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$5 \cdot \quad + 2 : \quad - 4 + \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

В – 6

1. Вычислите:

а)  $25^{\frac{1}{2}} + 216^{\frac{2}{3}}$

г)  $9^{\frac{3}{5}} \cdot 9^{\frac{7}{5}}$

б)  $6 \cdot 16^{\frac{3}{4}} + 243^{\frac{2}{5}}$

д)  $16^{\frac{1}{4}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}$

в)  $9^{\frac{1}{2}} - 16^{\frac{3}{4}} : 2$

2. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \frac{\left( \frac{1}{a^6} \frac{1}{b^2} \right)^{\frac{6}{5}}}{\frac{2}{a^5} \frac{1}{b^5}} \quad \text{б) } 64^{\frac{2}{3}} - 243^{\frac{2}{5}} - 5 \cdot 4^{\frac{1}{2}} \quad \text{в) }$$

$$3 \cdot 729^{\frac{1}{6}} - 4 : 25^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}}$$

3. Из чисел  $32^{\frac{2}{5}}$ ,  $64^{\frac{1}{2}}$ ,  $125^{\frac{2}{3}}$  по схеме составьте выражение и решите его

$$6 \cdot \quad - 5 : \quad + 4 + \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc$$

### Контрольная работа № 16 «Иррациональные уравнения»

#### Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$3x + 1 = \sqrt{1 - x}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3y + 8} = 2 \\ \sqrt{2x - y + 2} = 1 \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 4x - 2} = \sqrt{2x^2 - 2x + 1}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$8 - 2x = \sqrt{x + 1}$$

3. Решите систему уравнений:



$$\begin{cases} \sqrt{-2x - 3y + 2} = 3 \\ \sqrt{3x + 2y - 3} = 2 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 2} = \sqrt{4x^2 - 5x}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$8 - 3x = \sqrt{x + 2}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x + y - 3} = 1 \\ \sqrt{3x - 2y + 2} = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 2x + 1} = \sqrt{2x^2 - 6x + 13}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$x - 2 = \sqrt{2 - x}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x - 2y - 5} = 2 \\ \sqrt{3x + y + 2} = 1 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 1} = \sqrt{x^2 - 2x - 1}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$x + 2 = \sqrt{9 - 10x - 2x^2}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{4x + 3y - 3} = 2 \\ \sqrt{x - y + 1} = 1 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$x + 4 = \sqrt{4 - 6x - x^2}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x - y} = 3 \\ \sqrt{2x + 3y - 4} = 2 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{4x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3x^2 + 4x + 36}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$x - 3 = \sqrt{3 - 11x - 2x^2}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3y - 3} = 1 \\ \sqrt{2x - y + 1} = 3 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решите уравнение:

$$\sqrt{2x^2 - 7x + 3} = \sqrt{2x^2 - x - 9}$$

2. Найдите все корни уравнения:

$$x + 2 = \sqrt{5x - 10}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{3x + y + 2} = 1 \\ \sqrt{2x + 3y + 10} = 1 \end{cases}$$

**Контрольная работа № 17 «Показательные уравнения»**

**Вариант 1**

1. Решите уравнение:

а)  $4^{x+6} = 4$

б)  $16^{x^2-4} = 1$

в)  $27^{x+4} = 9^x$

г)  $2^{x+2} = 16$

д)  $\frac{1}{8} \cdot 4^{x-6} = 2$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $5^{x+1} + 5^x = 150$

б)  $49^x - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 2^x + \left(\frac{1}{3}\right)^y = 5 \\ 2^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2y} = 13 \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Решите уравнение:

а)  $3^{7x+8} = 3$

г)  $5^{x+2} = 125$

б)  $15^{x^2-9} = 1$

д)  $\frac{1}{9} \cdot 9^{x-6} = 27$

в)  $16^{x-2} = 8^{2x}$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-1} = 45$

б)  $9^x - 3^x - 72 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{2x} + 3^{2y} = 25 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а)  $5^{3x-6} = 5$

г)  $3^{2x-1} = 81$

б)  $17^{x^2-16} = 1$

д)  $\frac{1}{27} \cdot 3^{x+6} = 9$

в)  $25^{x+3} = 125^{x-2}$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $3 \cdot 2^{x+5} - 7 \cdot 2^{x+2} = 372$

б)  $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 2^x + 4^y = 3 \\ 2^x - 4^y = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а)  $6^{x-3} = 6$

г)  $2^{x+1} = 32^x$

б)  $21^{x^2-25} = 1$

д)  $\frac{1}{64} \cdot 4^{x+6} = 16$

в)  $36^{x-9} = 216^{3x+4}$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28$

б)  $8 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ 2^y - 3^x = 4 \end{cases}$$

**Вариант 5**

1. Решите уравнение:

а)  $7^{2x-6} = 7$

г)  $2^{5x} = 4^{2x+1}$

б)  $6^{x^2-1} = 1$

д)  $\frac{1}{3} \cdot 9^{6-x} = 27^x$

в)  $16^{x+4} = 64^x$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$

б)  $2 \cdot 3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 2 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 972 \\ 3^x - 2^y = 8 \end{cases}$$

**Вариант 6**

1. Решите уравнение:

а)  $9^{7-8x} = 9$

г)  $3^{3x+2} = 9^{x+0,5}$

б)  $13^{2x^2-8} = 1$

д)  $\frac{1}{36} \cdot 6^{2x-6} = 6^x$

в)  $32^{x-2} = 4^{2x}$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$

б)  $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 6^x \cdot 2^y = 2 \\ 6^x - 2 \cdot 2^y = 3 \end{cases}$$

**Вариант 7**

1. Решите уравнение:

а)  $15^{5x+6} = 15$

б)  $7^{x^2-81} = 1$

в)  $36^{2x+3} = 6^{x+12}$

г)  $2^{3x-1} = 0,5$

д)  $\frac{1}{16} \cdot 4^{2x-5} = 2$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345$

б)  $9^x - 6 \cdot 3^x + 9 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 5^x \cdot 3^y = 3 \\ 3^y - 3 \cdot 5^x = 8 \end{cases}$$

### Вариант 8

1. Решите уравнение:

а)  $9^{2x+3} = 9$

б)  $11^{x^2-16} = 1$

в)  $27^{2x-9} = 81^{x+4}$

г)  $8^x = 4^{x-1}$

д)  $\frac{1}{49} \cdot 7^{2x-4} = 49$

2. Найдите корень уравнения или сумму корней:

а)  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$

б)  $3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} 5^x \cdot 2^y = 4 \\ 5^x - 4 \cdot 2^y = 15 \end{cases}$$

### Контрольная работа № 18 «Показательные неравенства»

#### Вариант 1

1. Решите неравенство:

а)  $3^{3-x} \leq 3^{2x+2}$

б)  $0,5^{2x-1} < 1$

в)  $5^{3x} > 25^{x+0,5}$

$$\text{г) } \left(\frac{3}{7}\right)^{x^2-4} < \left(\frac{3}{7}\right)^{12}$$

2. Решите неравенство:

$$\text{а) } 0,2 \leq 5^{2x+3} < 125$$

$$\text{б) } 4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x \geq 5$$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^{2x-1} > 27 \\ 0,3^{3+4x} \leq 0,09 \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Решите неравенство:

$$\text{а) } 5^{3+3x} > 5^{x-2}$$

$$\text{б) } 0,9^{5x+2} \geq 1$$

$$\text{в) } 4^{6x} > 16^{x-0,5}$$

$$\text{г) } \left(\frac{5}{9}\right)^{x^2-6} < \left(\frac{5}{9}\right)^{10}$$

2. Решите неравенство:

$$\text{а) } 0,25 \leq 2^{2x+3} < 16$$

$$\text{б) } 2 \cdot 3^x + 5 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} \geq 72$$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^{3x+1} > 125 \\ 0,4^{5-4x} \leq 0,16 \end{cases}$$

**Вариант 3**

1. Решите неравенство:

$$\text{а) } 7^{3+4x} \leq 7^{2x-2}$$

$$\text{б) } 15^{4x+3} < 1$$

$$\text{в) } 2^{5x} < 8^{x+5}$$



$$\text{г) } \left(\frac{7}{5}\right)^{x^2+4} \leq \left(\frac{7}{5}\right)^8$$

2. Решите неравенство:

$$\text{а) } 0,01 \leq 10^{x-5} < 10000$$

$$\text{б) } 7^x - 7^{x-1} \geq 6$$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 4^{x-1} > 8^x \\ 1,3^{3-4x} \leq 1,69 \end{cases}$$

**Вариант 4**

1. Решите неравенство:

$$\text{а) } 8^{3x-2} < 8^{5x+2}$$

$$\text{б) } 4,9^{5x+2} \leq 1$$

$$\text{в) } 9^{3x-1} > 27^{x+5}$$

$$\text{г) } \left(\frac{2}{5}\right)^{x^2-x-5} < \left(\frac{2}{5}\right)$$

2. Решите неравенство:

$$\text{а) } \frac{1}{16} \leq 2^{2x-1} < 16$$

$$\text{б) } 2 \cdot 5^{x+2} - 10 \cdot 5^x < 8$$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 25^{3x} > 125^{2x+5} \\ 0,1^{5-4x} \leq 100 \end{cases}$$

**Вариант 5**

1. Решите неравенство:

$$\text{а) } 2^{3+2x} < 2^{5x-3}$$

$$\text{б) } 2,5^{5x+2} \geq 1$$

$$\text{в) } 25^{3x} \leq 125^{x+0,5}$$

$$\text{г) } \left(\frac{2}{7}\right)^{x^2+1} < \left(\frac{2}{7}\right)^5$$

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{1}{9} \leq 3^{2x-6} < 27$

б)  $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-1} \geq 45$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 9^{2x-1} < 27^{x+3} \\ \left(\frac{4}{9}\right)^{3+4x} \leq \frac{16}{81} \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите неравенство:

а)  $0,25^{6+x} > 0,25^{4x-2}$

б)  $\left(\frac{1}{10}\right)^{2x+7} \geq 1$

в)  $3^{6x+1} > 81^{x-0,5}$

г)  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2+2} > \left(\frac{3}{2}\right)^6$

2. Решите неравенство:

а)  $0,25 < 2^{2x+3} \leq 8$

б)  $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x < 5$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 16^{3x+1} > 8^{x=2} \\ 0,2^{5-4x} \leq 25 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решите неравенство:

а)  $9^{3x+1} \leq 9^{x+2}$

б)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{6x+1} < 1$

в)  $2^{3x-1} \geq 32^{x+2}$

г)  $\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2-4} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{12}$

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{1}{4} \leq 2^{3x-5} < 16$

б)  $3^{x+2} + 3^x \geq 810$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 8^{x+4} < 16^x \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{4x-2} \leq 32^x \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решите неравенство:

а)  $2^{1-3x} > 2^{4x-2}$

б)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+2} \geq 1$

в)  $27^{6x} > 9^{2x+5}$

г)  $\left(\frac{9}{2}\right)^{x^2+2x} < \left(\frac{9}{2}\right)^3$

2. Решите неравенство:

а)  $\frac{1}{8} \leq 2^{2x+3} \leq 32$

б)  $5^{x+2} - 3 \cdot 5^{x-1} - 4 \cdot 5^{x+1} \leq 110$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 8^{3x+1} > 16^x \\ 0,01^{5-4x} \leq 100 \end{cases}$$

Контрольная работа № 19 «Логарифм и его свойства»

Вариант 1

1. Найдите:

а)  $\log_{\frac{1}{7}} 7$

б)  $\log_3 27$

в)  $\log_{64} \frac{1}{16}$

г)  $3^{-2 \log_3 \frac{1}{4}}$

д)

$$8^{1-\log_8 5}$$

2. Вычислите:

а)  $\lg 5 + \lg 2$       б)  $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$       в)  $\frac{\log_4 32}{\log_3 9}$       г)

$$\frac{\log_2 8}{\log_2 16}$$

3. Найдите значение выражения:

а)  $3^{\log_3 5 + \log_9 49}$       б)  $\frac{\log_7 25 \cdot \log_5 7}{\log_3 2}$

Вариант 2

1. Найдите:

а)  $\log_2 \frac{1}{2}$       б)  $\log_{36} 216$       в)  $\log_{64} 4$       г)  $3^{2 \log_3 5}$   
д)  $5^{1-\log_5 2}$

2. Вычислите:

а)  $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$       б)  $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$       в)  $\frac{\log_2 32}{\log_4 16}$   
г)  $\frac{\log_3 125}{\log_3 25}$

3. Найдите значение выражения:

а)  $2^{\log_2 10 - \log_4 5}$       б)  $\frac{\lg 32}{\lg 16} - \frac{\ln 9}{\ln 27}$

Вариант 3

1. Найдите:

а)  $\log_7 343$       б)  $\log_3 \frac{1}{9}$       в)  $\log_{32} 16$       г)  $6^{\frac{1}{2} \log_6 16}$   
д)  $3^{2 + \log_3 5}$

2. Вычислите:

а)  $\log_4 16 + \log_4 64$       б)  $\log_5 15 - \log_5 \frac{15}{625}$       в)  $\frac{\log_9 27}{\log_3 9}$   
 г)  $\frac{\log_2 49}{\log_2 343}$

3. Найдите значение выражения:

а)  $4^{2\log_4 3 - \log_4 9}$       б)  $\frac{\log_3 8 \cdot \log_2 3}{\log_3 16 \cdot \log_2 9}$

Вариант 4

1. Найдите:

а)  $\log_5 \frac{1}{5}$       б)  $\log_2 8$       в)  $\log_{27} 81$       г)  $6^{-2\log_6 \frac{1}{5}}$       д)  
 $7^{1+\log_7 3}$

2. Вычислите:

а)  $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$       б)  $\log_5 75 - \log_5 3$       в)  $\frac{\log_5 125}{\log_3 81}$       г)  
 $\frac{\log_3 64}{\log_3 4}$

3. Найдите значение выражения:

а)  $6^{\log_6 5 - \log_3 6 \cdot 49}$       б)  $\frac{\lg 54}{\lg 5} - \frac{\ln 6}{\ln 5}$

Вариант 5

1. Найдите:

а)  $\log_{\frac{1}{5}} 25$       б)  $\log_6 216$       в)  $\log_{16} 64$       г)  $7^{2\log_7 4}$   
 д)  $6^{1-\log_6 3}$

2. Вычислите:

а)  $\lg 25 + \lg \sqrt{16}$       б)  $\log_6 84 - \log_6 14$       в)  $\frac{\log_4 64}{\log_2 64}$       г)

$$\frac{\log_3 216}{\log_3 6}$$

3. Найдите значение выражения:

а)  $7^{\log_7 3 + \log_7 \sqrt{7}} 4$       б)  $\frac{\log_3 7 \cdot \log_7 6}{\log_3 6}$

Вариант 6

1. Найдите:

а)  $\log_{49} \frac{1}{7}$       б)  $\log_2 32$       в)  $\log_{343} 49$       г)  $5^{\frac{1}{2} \log_5 81}$   
 д)  $9^{1 - \log_9 2}$

2. Вычислите:

а)  $\log_{15} 3 + \log_{15} 75$       б)  $\log_3 27 - \log_3 9$       в)  $\frac{\log_4 16}{\log_4 64}$   
 г)  $\frac{\log_6 27}{\log_6 3}$

3. Найдите значение выражения:

а)  $10^{2 \lg 5 + \frac{1}{2} \lg 16}$       б)  $\log_2 3 \cdot \log_3 2 \cdot \log_2 4$

Вариант 7

1. Найдите:

а)  $\log_{\frac{1}{3}} 27$       б)  $\log_7 49$       в)  $\log_{125} 625$       г)  $3^{3 \log_3 4}$   
 д)  $5^{1 + \log_5 3}$

2. Вычислите:

а)  $\log_{36} 108 + \log_{36} 2$       б)  $\log_{49} 84 - \log_{49} 12$       в)  $\frac{\log_9 27}{\log_3 81}$   
 г)  $\frac{\log_3 32}{\log_3 64}$

3. Найдите значение выражения:

$$\text{a) } 4^{\log_2 32} + 4^{\log_2 9}$$

$$\text{б) } \frac{\ln 30}{\ln 3} - \frac{\lg 2}{\lg 3}$$

### Вариант 8

1. Найдите:

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{6}} 36$$

$$\text{б) } \log_4 64$$

$$\text{в) } \log_{343} \frac{1}{49}$$

$$\text{г) } 7^{\frac{1}{3} \log_7 125}$$

$$\text{д) } 8^{1 - \log_8 5}$$

2. Вычислите:

$$\text{a) } \log_{14} 98 + \log_{14} 2$$

$$\text{б) } 2 \log_3 18 - \log_3 4$$

$$\text{в) } \frac{\log_4 16}{\log_4 2}$$

$$\text{г) } \frac{\log_5 216}{\log_5 6}$$

3. Найдите значение выражения:

$$\text{a) } 9^{\log_3 5} - 6^{2 \log_3 4}$$

$$\text{б) } \frac{\log_5 8}{\log_7 2 \cdot \log_5 7}$$

### Контрольная работа № 20 «Логарифмические уравнения»

#### Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$\text{a) } \log_7(4x - 6) = \log_7(2x - 5)$$

$$\text{б) } \log_{\frac{1}{7}}(x^2 - 4x + 52) = -2$$

$$\text{в) } \log_3(5x - 4) + 1 = \log_3 5 + \log_3(2x + 1)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ \log_{12} x + \log_{12} y = 1 \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Решите уравнение

$$a) \log_{\sqrt[3]{1}}(9x+4) = \log_{\sqrt[3]{1}}(5x-7)$$

$$б) \log_{\sqrt{3}}(x^2 - 5x - 3) = 2$$

$$в) \log_2(6x+4) - 3 = \log_2 3 - 2$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Решите уравнение

$$a) \log_2(3x+8) = \log_2(2x+5)$$

$$б) \log_{\sqrt[4]{1}}(x^2 + 6x) = -2$$

$$в) \log_4(7-3x) - 1 = \log_4 5 + \log_4(x-1)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ \log_3 x - \log_3 y = 1 \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Решите уравнение:

$$a) \lg(24x-1) = \lg(4-x)$$

$$б) \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 4x) = 4$$

$$в) \log_3(5x-4) + 1 = \log_3 5 + \log_3(2x+1)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ \log_4 x + \log_4 y = 1 \end{cases}$$

### Вариант 5

1. Решите уравнение

$$a) \log_3(3x+5) = \log_3(7-6x)$$



$$б) \log_{\frac{1}{3}}(x-12) = -2$$

$$в) \log_2(6-9x) - 2 = 2\log_2 5 + 2\log_2(x+1)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(x+y) = 3 \\ \log_{15} x = 1 - \log_{15} y \end{cases}$$

#### Вариант 6

1. Решите уравнение

$$а) \log_{0,3}(3x+4) = \log_{0,3}(x-8)$$

$$б) \log_2(x^2 - 3x + 10) = 3$$

$$в) -\log_3(3+7x) + 3 = 2 - \log_3(2-x)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 5 \\ \log_3 x - \log_3 y = 7 \end{cases}$$

#### Вариант 7

1. Решите уравнение

$$а) \log_{0,4}(16x-6) = \log_{0,4}(9+x)$$

$$б) \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4x - 1) = -2$$

$$в) \log_5(x-6) - 1 = -\log_5 4 + \log_5(1-3x)$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 4 \\ \lg x - \lg y = 2 \end{cases}$$

#### Вариант 8

1. Решите уравнение

$$а) \log_{\sqrt{5}}(3x-5) = \log_{\sqrt{5}}(x+3)$$

$$б) \log_2(2x+3-x^2) = 2$$

$$e) \log_3(x+5) + 1 = \log_3 4 - 2 \log_3 5$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ \lg x + \lg y = 1 \end{cases}$$

### Контрольная работа № 21 «Логарифмические неравенства»

#### Вариант 1

1. Решите неравенство:

$$a) \log_2(4x+6) > \log_2(3x-2) \qquad \hat{a}) \log_{\frac{1}{2}}(2x+5) \leq -3$$

$$\hat{a}) 1 + 2 \log_2 0,3 > \log_2(1,5x-3)$$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\lg(2x+0,5)}{\log_2(x+1)} \leq 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_5(2x+3) > 2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -3 \end{cases}$$

#### Вариант 2

1. Решите неравенство:

$$a) \log_6(3x-1) > \log_6(x+3) \qquad \hat{a}) \log_{\sqrt{3}}(1-x) \leq 4$$

$$\hat{a}) \log_{0,4}(3,5-5x) > 2 \log_{0,4} 0,2 - 1$$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{2 \log_2(3-2x)}{\log_{0,3}(x+2)} < 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{0,2}(5+2x) < -1 \\ \log_2(x-5) \geq 3 \end{cases}$$

#### Вариант 3

1. Решите неравенство:

$$a) \log_{\frac{1}{6}}(2x - 8) > \log_{\frac{1}{6}}(3x - 4)$$

$$á) \log_4(5x + 12) \leq 2$$

$$\hat{a}) 2\log_2 0,3 - 2 > \log_2(5x - 3)$$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\lg(2x + 0,5)}{\log_2(x + 1)} \leq 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_5(2x + 3) > 2 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \leq -3 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решите неравенство:

$$a) \log_2(8x - 1) > \log_2(2x - 3)$$

$$\acute{a}) \log_{\frac{1}{3}}(4x + 9) \leq -3$$

$$\hat{a}) 2 + \log_4(3,5 - 5x) > 2\log_4 2 - 1$$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\log_2(0,5x + 0,5)}{\lg(x - 2)} \geq 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{0,3}(6 - 2x) < 1 \\ \log_2(2x - 5) \geq 3 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решите неравенство:

$$a) \log_{\frac{1}{3}}(6x + 4) \leq \log_{\frac{1}{6}}(3x - 8)$$

$$\acute{a}) \log_{\sqrt{2}}(4 - 5x) > 2$$

$$\hat{a}) 2\log_2 3 + 1 > \log_2(x - 3)$$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\log_{0,5}(2x - 5)}{\log_2(x - 2)} > 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3(x - 1) > 2 \\ \log_{\frac{1}{4}}(2x + 1) \geq -1 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решите неравенство:

a)  $\log_{1,6}(2x - 3) > \log_{1,6}(x + 2)$

á)  $\log_{\sqrt{3}}(1 - x) \leq 2$

â)  $2 + \log_2(5 + 2x) > 2\log_2 3 + 1$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{2 \lg(2x)}{\log_{0,3}(3x + 2)} < 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{0,5}(6 - 2x) < -2 \\ \log_3(x + 3) < 3 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решите неравенство:

a)  $\log_{0,4}(1 - x) > \log_{0,4}(3 - 2x)$

á)  $\log_4(5x - 6) \geq 0$

â)  $\log_2 3 + 2 > 1 + \log_2(x + 3)$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\lg(4x - 1)}{\log_{\frac{1}{2}}(x + 6)} \leq 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{5}}(6x + 9) < 2 \\ \log_2(x - 1) \leq 3 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решите неравенство:

a)  $\log_{\sqrt{3}}(3x - 5) > \log_{\sqrt{3}}(x + 3)$

á)  $\log_2(2x - 5) \leq 4$

â)  $2 + \log_4(4 + x) < 4\log_4 2 - 2$

2. Найдите все решения неравенства:  $\frac{\log_{0,2}(3x + 0,5)}{\lg(2x + 2)} \geq 0$

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_3(6 + x) < 1 \\ \log_{\sqrt{2}}(x + 5) < 4 \end{cases}$$

## Контрольная работа № 22 «Входной контроль»

### Вариант 1

1. Выполните действия:  $\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{14}{15} + \frac{2}{5}$ .
2. Решите уравнение:  $2 + 3(x + 2) = 5 - 2x$ .
3. Найдите корни уравнения:  $2x^2 - 3x - 2 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 - x + 12 \geq 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 2(x - 3) - 3 > 3(x + 3), \\ 3x - 1 \geq 7 + 3(2x - 1) - 1. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Выполните действия:  $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{2}{9} + \frac{7}{8}$ .
2. Решите уравнение:  $3 - 3(x + 2) = 6 - 4x$ .
3. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 8x - 3 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 + 3x + 4 < 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6x + 2(x + 1) > 3x + 2, \\ 5(x + 1) - x \geq 9 + x. \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Выполните действия:  $\frac{5}{6} \div \left(\frac{4}{10} + \frac{2}{15}\right) - \frac{1}{5}$ .
2. Решите уравнение:  $7 - 2(x + 1) = 5 + 3x$ .
3. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 2x - 1 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $x^2 - x - 6 < 0$ .

5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 4x - 3(x + 2) \leq x + 5, \\ x - 5(x + 2) > 4x - 7. \end{cases}$$

**Вариант 4**

1. Выполните действия:  $\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{8}{9}$ .
2. Решите уравнение:  $8 + 3(2x + 3) = 5x + 2$ .
3. Найдите корни уравнения:  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $x^2 + 3x - 4 \leq 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 2(3x - 5) + 4 > 2x - 7, \\ 4(x + 3) - x \leq 6x - 5. \end{cases}$$

**Вариант 5**

1. Выполните действия:  $\frac{11}{12} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{7}\right) - \frac{4}{5}$ .
2. Решите уравнение:  $4x - 5 = 5x - 3(2x - 1)$ .
3. Найдите корни уравнения:  $x^2 - x - 30 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $3x^2 - 2x - 1 \geq 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 3x - 5(x + 2) \geq 3(x - 5), \\ 3x + 4(x - 1) < x - 2. \end{cases}$$

**Вариант 6**

1. Выполните действия:  $\frac{4}{15} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{9}$ .
2. Решите уравнение:  $4 - 5(3x + 2) = 3x + 1$ .
3. Найдите корни уравнения:  $-x^2 - x + 12 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$ .

5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6 + 2(x + 5) < 5x - 7, \\ 3(2x - 1) - 2x > 5x + 7. \end{cases}$$

**Вариант 7**

1. Выполните действия:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{7}\right) \div \frac{25}{42} - \frac{3}{5}$ .
2. Решите уравнение:  $5(2 + 3x) = 9 + 5x$ .
3. Найдите корни уравнения:  $2x^2 + 7x - 4 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 7x - (2x - 3) \geq 4x - 5, \\ 5 - 3(x - 6) \geq x - 2. \end{cases}$$

**Вариант 8**

1. Выполните действия:  $\left(\frac{5}{9} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{40}{43} - \frac{1}{2}$ .
2. Решите уравнение:  $6x - 3(x + 4) = 14 + 2x$ .
3. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 5x + 2 = 0$ .
4. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 + 3x - 2 < 0$ .
5. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6 + 5(2x - 4) > x - 12, \\ 3x - (2x - 5) > x - 6. \end{cases}$$

**Контрольная работа № 23 «Повторение геометрии 7-9 кл.»**

**Вариант 1**

1. В треугольнике ABC стороны AB=4 см, AC=7 см, угол A=30°. Найдите площадь треугольника и высоту, проведенную к стороне AB.
2. Основания трапеции 10 м и 31 м, а боковые стороны 20 м и 13 м. Найдите высоту трапеции.
3. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а основание равно 30 см. Найдите высоту, проведенную к основанию, и площадь треугольника.
4. Сторона ромба равна 12 см, а один из его углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

5. Периметр треугольника равен 18 дм. Одна сторона больше другой на 1 дм. Найдите площадь, если третья сторона равна 3 дм.

### **Вариант 2**

1. Периметр равнобедренного треугольника равен 65 см, его боковая сторона на 5 см меньше основания. Найдите стороны треугольника.
2. Периметр прямоугольника равен 28 см. Найдите стороны прямоугольника, если одна из них в 6 раз больше другой.
3. Вычислите площадь ромба, если его диагонали равны 10 см и 14 см.
4. Площадь прямоугольной трапеции равно  $120 \text{ см}^2$ , а ее высота равна 8 см. Найдите все стороны трапеции, если одно из ее оснований на 6 см больше другого.
5. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если катет, прилежащий к углу  $30^\circ$ , равен 18 см.

### **Вариант 3**

1. Найдите площадь треугольника, если одна сторона 9 см, а высота, на нее проведенная, на 3 см меньше.
2. Боковая сторона трапеции, равная  $5\sqrt{2}$  см, образует с большим основанием угол в  $45^\circ$ . Основания трапеции равны 12 см и 20 см. Найдите площадь трапеции.
3. Диагональ AC прямоугольника ABCD равна 8 см и составляет со стороной AD угол в  $45^\circ$ . Найдите площадь прямоугольника.
4. Вычислите площадь ромба, если его диагонали равны 12 см и 18 см.
5. В равнобедренном треугольнике основание равно 8 см, боковые стороны равны 11 см. Найдите площадь треугольника.

### **Вариант 4**

1. Найдите площадь трапеции, если большее основание равно 8 см, меньшее – на 3 см меньше, а высота трапеции равна меньшему основанию
2. Основание AB равнобедренного треугольника ABC равно 18 см, а боковая сторона BC равна 15 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.
3. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 21 см, катет AC в 3 раза меньше гипотенузы. Найдите катеты треугольника.
4. Вычислите площадь параллелограмма, если его диагонали равны 8 см, 14 см и составляют угол  $30^\circ$ .
5. Периметр равностороннего треугольника равен 18 см. Найдите площадь треугольника.

### **Вариант 5**



1. Периметр треугольника 30 см. Найдите площадь треугольника, если одна сторона 8 см, вторая на 4 см больше.
2. Одна сторона прямоугольника 16 см, вторая на 5 см меньше. Найдите площадь прямоугольника.
3. Вычислит площадь ромба, если одна диагональ равна 7 см, а вторая - на 5 см больше.
4. Вычислите площадь параллелограмма, стороны которого составляют угол  $60^{\circ}$ . Одна сторона 10 дм, вторая – на 3 дм меньше.
5. Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AC=12 см, описана окружность, радиус которой 10 см. Найдите площадь треугольника ABC.

### Вариант 6

1. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна  $75 \text{ см}^2$ , а одна сторона в 3 раза больше другой.
2. Прилежащий катет к углу  $45^{\circ}$  равен 7 дм. Найдите гипотенузу треугольника.
3. В треугольнике AOC угол  $C=90^{\circ}$ , катет AC в 3 раза меньше гипотенузы. Найдите катеты треугольника, если гипотенуза AO=15 см.
4. Найдите площадь трапеции, если меньшее основание 5 см, большее на 4 см больше, а высота трапеции на 2 см меньше меньшего основания.
5. Найдите площадь параллелограмма, одна сторона которого равна 7 см, вторая – на 3 см больше, угол между ними  $60^{\circ}$ .

### Вариант 7

1. В треугольнике одна сторона больше второй на 3 см, вторая – больше третьей на 2 см. Найдите площадь треугольника, если периметр его равен 17 см.
2. Вычислите площадь прямоугольника, диагонали которого равны 12 дм и составляют угол  $30^{\circ}$ .
3. Найдите меньшее основание равнобедренной трапеции, если ее большее основание равно 16 см, боковая сторона 10 см, а один из углов равен  $60^{\circ}$ .
4. Периметр прямоугольника равен 36 см. Найдите его стороны, если одна из них на 6 см меньше другой.
5. Диагонали параллелограмма 12 см и 9 см, составляют угол  $45^{\circ}$ . Найдите площадь параллелограмма.

### Контрольная работа № 24 «Аксиомы стереометрии»

#### Вариант 1

#### 1. Изобразите на чертеже:

- а. Прямая АВ лежит в плоскости  $\alpha$ , точка М лежит на прямой АВ. Прямая РК

пересекает плоскость  $\alpha$  в точке М.

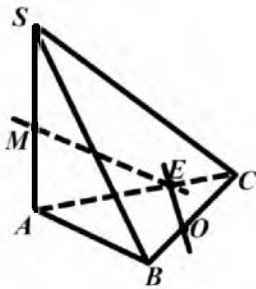
б. Плоскость  $\beta$  проходит через прямые АВ и ВС. Прямая MN не лежит в этой плоскости и проходит через точку С.

2. **Ответьте на вопросы:**

а. Верно ли, что, если через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, то такая плоскость единственная?

б. Верно ли, что через три точки можно провести только одну плоскость?

3. **По рисунку укажите:**



а. Плоскости, в которых лежат точки: О, М, Е, С;

б. Плоскости, в которых лежат прямые ЕО, АС, МЕ, АВ;

в. Точки пересечения прямой МЕ и плоскости (АВС), прямой ВС и плоскости (АВС);

г. Прямые пересечения плоскостей (АМЕ) и (АВС), (ВСS) и (АВС).

**Вариант 2**

1. **Изобразите на чертеже:**

а. Точки В и Р лежат в плоскости  $\alpha$ . Прямая МО пересекает плоскость в точке Р.

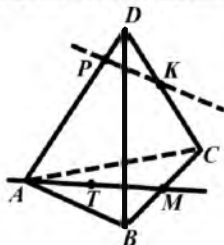
б. Прямые ТО и КО пересекают плоскость  $\beta$  в разных точках. Прямая АО не лежит в плоскости  $\beta$ .

2. **Ответьте на вопросы:**

а. Верно ли утверждение, что если прямая проходит только через одну точку плоскости, то она лежит в этой плоскости?

б. Верно ли утверждение, что если два конца отрезка лежат в плоскости, то и его середина лежит в плоскости?

3. **По рисунку укажите:**



а. Плоскости, в которых лежат точки: Т, Р, А, М;

б. Плоскости, в которых лежат прямые ТМ, АD, АВ, РК;

в. Точки пересечения прямой АР и плоскости (АВС), прямой ВА и плоскости (СВD);

г. Прямые пересечения плоскостей (АDС) и (DBC), (ВАD) и (АВС).

**Вариант 3**

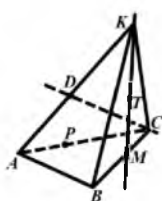
1. **Изобразите на чертеже:**

- а. Прямая  $TP$  пересекает плоскость  $\beta$ . Точка  $M$  и прямая  $OP$  лежат в плоскости  $\beta$ , причем  $M \notin OP$
- б. Точки  $M, C, P$  лежат в плоскости  $\alpha$ . Прямая  $a$  проходит через точку  $M$  и пересекает плоскость, прямая  $b$  лежит в плоскости и проходит через точку  $P$ .

2. **Ответьте на вопросы:**

- а. Верно ли, что, если прямая проходит через общую точку двух плоскостей, то эта прямая является линией их пересечения?
- б. Верно ли, что, если три точки не лежат на одной прямой, то через них можно провести только одну плоскость?

3. **По рисунку укажите:**



- а. Плоскости, в которых лежат точки:  $P, D, T, B$ ;
- б. Плоскости, в которых лежат прямые  $MT, AB, AP, DT$ ;
- в. Точки пересечения прямой  $DC$  и плоскости  $(ABK)$ , прямой  $KC$  и плоскости  $(ABC)$ ;
- г. Прямые пересечения плоскостей  $(ACK)$  и  $(ABC)$ ,  $(BCK)$  и  $(ABC)$ .

**Вариант 4**

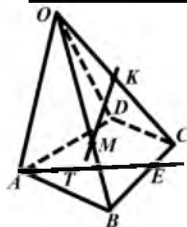
1. **Изобразите на чертеже:**

- а. Прямая  $OM$  лежит в плоскости  $\alpha$ , точка  $A$  лежит в плоскости  $\alpha$  и не лежит на прямой  $OM$ . Прямая  $PK$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $A$ .
- б. Плоскость  $\beta$  проходит через прямую  $AB$  и не проходит через прямую  $PC$ . Прямая  $MN$  пересекает плоскость  $\beta$  в точке  $A$ .

2. **Ответьте на вопросы:**

- а. Верно ли, что если две прямые имеют одну общую точку, то они определяют только одну плоскость?
- б. Верно ли, что через прямую и точку проходит плоскость и только одна?

3. **По рисунку укажите:**



- а. Плоскости, в которых лежат точки:  $A, T, M, K$ ;
- б. Плоскости, в которых лежат прямые  $TE, MK, AD, DC$ ;
- в. Точки пересечения прямой  $OD$  и плоскости  $(ABCD)$ , прямой  $MK$  и плоскости  $(BOC)$ ;
- г. Прямые пересечения плоскостей  $(BCDA)$  и  $(OBC)$ ,  $(OAD)$  и  $(ABCD)$ .

**Вариант 5**

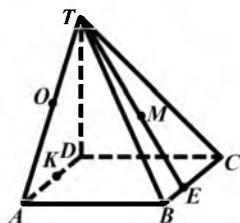
1. **Изобразите на чертеже:**

- а. Точки В и А лежат в плоскости  $\alpha$ . Прямая СТ пересекает плоскость в точке В.  
Прямая ТР пересекает плоскость в точке А.
- б. Прямые ТО и КО не лежат в плоскости  $\beta$ . Прямая АО пересекает плоскость  $\beta$ .

2. Ответьте на вопросы:

- а. Верно ли, что, если три данные точки лежат в одной плоскости, то они лежат на одной прямой?
- б. Верно ли, что через две точки можно провести плоскость и только одну?

3. По рисунку укажите:



- а. Плоскости, в которых лежат точки: О, М, Е, А;
- б. Плоскости, в которых лежат прямые EM, АО, DT, АВ;
- в. Точки пересечения прямой ME и плоскости (ABCD), прямой BC и плоскости (CDT);
- г. Прямые пересечения плоскостей (ABCD) и (TDC), (BCT) и (ABT).

Вариант 6

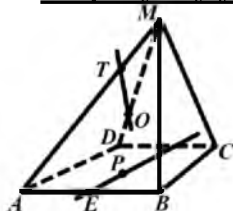
1. Изобразите на чертеже:

- а. Прямая OM лежит в плоскости  $\alpha$ , точка А не лежит в плоскости  $\alpha$ . Прямая РК пересекает плоскость  $\alpha$  и проходит через точку А.
- б. Плоскость  $\beta$  проходит через прямую АВ и не проходит через прямую РС. Прямая MN пересекает плоскость  $\beta$  в точке А.

2. Ответьте на вопросы:

- а. Верно ли, что, если точка лежит на прямой, то они определяют только одну плоскость?
- б. Верно ли, что если прямая лежит в плоскости, то две любые ее точки – лежат в плоскости?

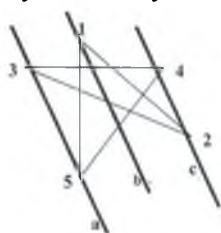
3. По рисунку укажите:



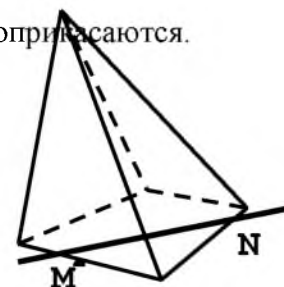
- а. Плоскости, в которых лежат точки: Р, О, Т, В;
- б. Плоскости, в которых лежат прямые ТО, РС, AD, МС;
- в. Точки пересечения прямой СЕ и плоскости (МАВ), прямой MD плоскости (ACBD);
- г. Прямые пересечения плоскостей (BCM) и (DCM), (MAD) и (MBA).

### Вариант 1

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках:



1,2,3,4 и 5, расположенных на стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



2. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах пирамиды.

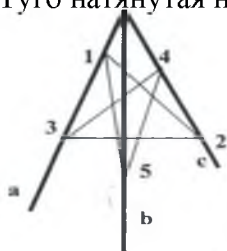
Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.

3. Плоскость  $\alpha$  ( $\alpha \parallel BC$ ) пересекает стороны  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно. Найдите длину отрезка  $BC$ , если  $B_1C_1 = 14$  см и  $AC_1 : C_1C = 2 : 5$ .

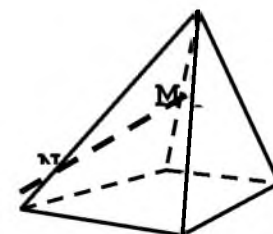
4. Даны параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Через точки  $A$  и  $B$  плоскости  $\alpha$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\beta$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ . Найдите  $BB_1$ , если  $AB = 5$  см и периметр четырехугольника  $ABB_1A_1$  равен 38 см.

### Вариант 2

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках:



1,2,3,4 и 5, расположенных на стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



2. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах пирамиды.

Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.

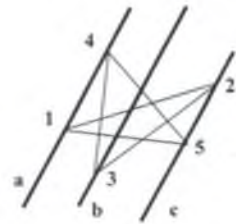
3. Плоскость  $\beta$  ( $\beta \parallel AB$ ) пересекает стороны  $AC$  и  $CB$  треугольника  $ABC$  в точках  $A_1$  и  $B_1$ ,

соответственно. Найдите длину отрезка  $A_1B_1$ , если  $AB = 16$  см и  $AA_1:A_1C = 2:3$ .

4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  параллельных прямых заключены между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ . Найдите  $AC$ , если  $CD = 3$  см и периметр четырехугольника  $ACDB$  равен 24 см.

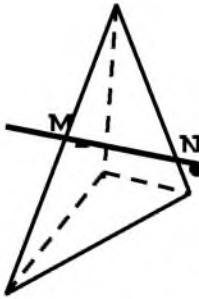
### Вариант 3

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках:



1, 2, 3, 4 и 5, расположенных на стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.

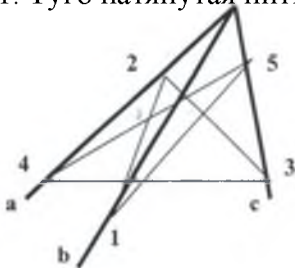
2. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.



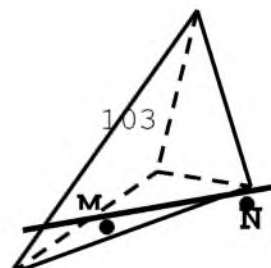
3. Плоскость  $\alpha$  ( $\alpha \parallel AC$ ) пересекает стороны  $BC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$  в точках  $T$  и  $M$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AC$ , если  $MT = 9$  м и  $AB:MB = 5:3$ .
4. Даны параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Через точки  $A$  и  $B$  плоскости  $\alpha$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\beta$  в точках  $C$  и  $D$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $CD = 10$  см и периметр четырехугольника  $ACDB$  равен 32 см.

### Вариант 4

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках 1, 2, 3, 4 и 5, расположенных на стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



1, 2, 3, 4 и 5, расположенных на стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



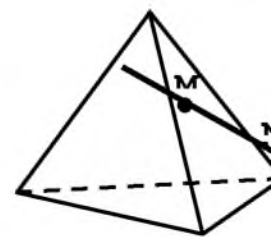
2. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
3. Плоскость  $\beta$  ( $\beta \parallel MT$ ) пересекает стороны  $MK$  и  $KT$  треугольника  $MKT$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Найдите длину отрезка  $MT$ , если  $AB = 4$  дм и  $MK:MA=9:3$ .
4. Даны параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Параллельные прямые  $a$  и  $b$  пересекают их соответственно в точках  $AB$ , и  $CD$ . Найдите периметр четырехугольника  $ABDC$ , если  $CD = 10$  см и  $AC$  на 5 см больше.

### Вариант 5

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках: **1,2,3,4** и **5**, расположенных на



стержнях  $a$ ,  $b$  и  $c$ , которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



2. Точки  $M$  и  $N$  расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая  $MN$  пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
3. Плоскость  $\alpha$  ( $\alpha \parallel EO$ ) пересекает стороны  $EM$  и  $MO$  треугольника  $EMO$  в точках  $A$  и  $C$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AC$ , если  $EO=27$  см и  $OM:OC=7:4$ .
4. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекают две параллельные прямые  $m$  и  $n$  соответственно в точках  $AA_1$  и  $BB_1$ . Найдите периметр четырехугольника, если  $A_1B_1 = 12$  см, а отрезок  $AA_1$  на

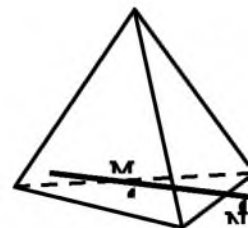
5см меньше.

### Вариант 6

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках: **1,2,3,4** и **5**, расположенных на стержнях **a, b** и **c**, которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



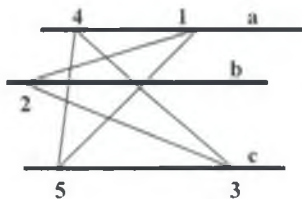
2. Точки **M** и **N** расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая **MN** пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.



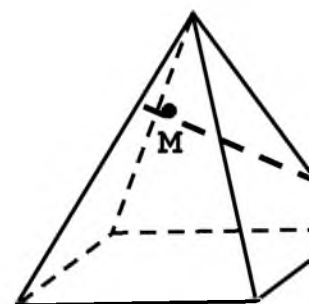
3. Плоскость  $\beta$  ( $\beta \parallel AC$ ) пересекает стороны **AB** и **CB** треугольника **ABC** в точках **T** и **E** соответственно. Найдите длину отрезка **AC**, если  $TE = 8$ м и  $AT:TB=4:3$ .
4. Параллельные прямые **m** и **n** пересекают две параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно в точках **AA<sub>1</sub>** и **BB<sub>1</sub>**. Найдите длину отрезка **AA<sub>1</sub>**, если  $A_1B_1 = 12$  см, а периметр четырехугольника **ABB<sub>1</sub>A<sub>1</sub>** равен 42 см

### Вариант 7

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках: **1,2,3,4** и **5**, расположенных на стержнях **a, b** и **c**, которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



2. Точки **M** и **N** расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте



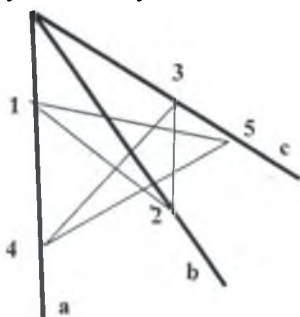


рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая MN пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.

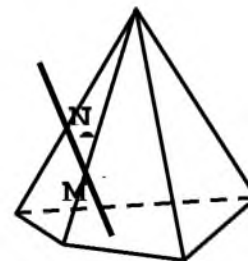
3. Плоскость  $\alpha$  ( $\alpha \parallel BC$ ) пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках O и K соответственно. Найдите длину отрезка BC, если  $KO=6\text{см}$  и  $AO:OB=3:4$ .
4. Даны параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$ . Через точки M и K плоскости  $\alpha$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\beta$  в точках  $M_1$  и  $K_1$  соответственно. Найдите  $MM_1$ , если  $MK = 8\text{ см}$  и периметр четырехугольника  $MM_1K_1K$  равен  $64\text{ см}$ .

### Вариант 8

1. Туго натянутая нить последовательно закреплена в точках: **1,2,3,4** и **5**, расположенных на



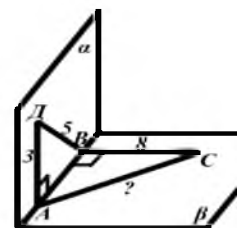
стержнях **a, b** и **c**, которые не принадлежат одной плоскости. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых отрезки нити соприкасаются.



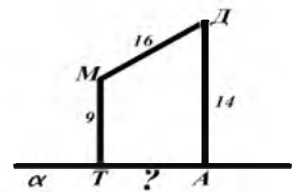
2. Точки M и N расположены на ребрах пирамиды. Скопируйте рисунок, отметьте и обозначьте точки, в которых прямая MN пересекает прямые, содержащие другие ребра пирамиды.
3. Плоскость  $\gamma$  ( $\gamma \parallel MK$ ) пересекает стороны MT и TK треугольника MTK в точках A и C соответственно. Найдите длину отрезка AC, если  $MK=18\text{см}$  и  $AT:AM=7:2$ .
4. Параллельные прямые m и n пересекают параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  в точках  $AA_1$  и  $BB_1$  соответственно. Найдите периметр четырехугольника  $AA_1B_1B$ , если  $BB_1 = 12\text{см}$ , а AB на  $3\text{ см}$  больше.

### Контрольная работа № 26 «Перпендикулярность в пространстве»

#### Вариант 1



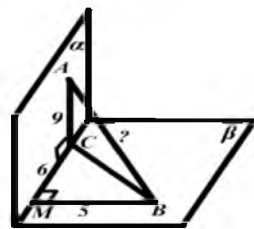
1. По данному рисунку записать краткое условие (дано) и найти отрезок AC.
2. Отрезки AB и CD перпендикулярны плоскости  $\beta$ . Точки B и D лежат в плоскости  $\beta$ . Найдите расстояние между точками B и D, если AB = 14 см, CD = 8 см, AC = 22 см.
3. Из точки отстоящей от плоскости на расстоянии 9 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы  $60^\circ$  и  $30^\circ$ , а между собой угол  $90^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.



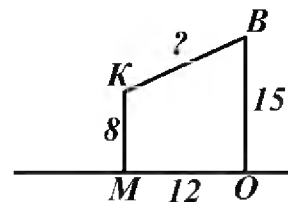
4. По рисунку сделать краткое условие и решить задачу.

### Вариант 2

1. По рисунку запишите краткое условие. Найдите длину отрезка AB. (Скопируйте рисунок)



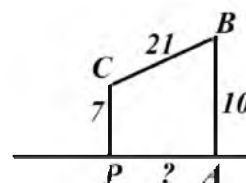
2. Равнобедренный треугольник ABC и квадрат BCDE лежат в перпендикулярных плоскостях. Найдите расстояние от точки A до DE, если  $EC = 6\sqrt{2}$  см, AE = 5 см.
3. Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 10 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы  $30^\circ$  и  $30^\circ$ , а между собой угол  $90^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.



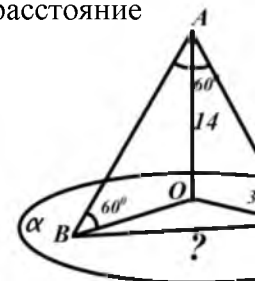
4. По рисунку записать краткое условие задачи (дано) и найти неизвестный отрезок.

### Вариант 3

1. По рисунку записать краткое условие задачи (дано) и найти неизвестный отрезок.

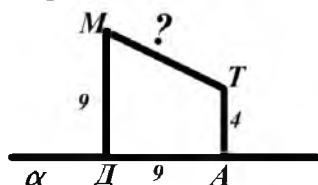


- В перпендикулярных плоскостях  $\alpha$  и  $\beta$  лежат точки М и К. Из этих точек на линию пересечения плоскостей опущены перпендикуляры МА и КВ. Найдите АВ, если  $AM = 10$  м,  $BK = 12$  м,  $MK = 20$  м.
- Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 4 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы  $30^\circ$ , а между собой угол  $90^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.



- Решите задачу по условию на рисунке.

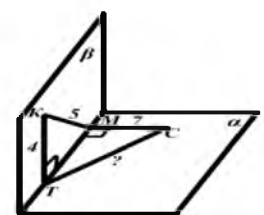
#### Вариант 4



- По рисунку записать краткое условие (Дано). Решить задачу.

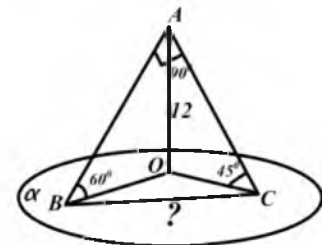
- Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 16 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы по  $45^\circ$ , а между собой угол  $60^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.
- Расстояние между телефонными столбами равно 24 м. Найдите расстояние между верхними концами столбов, если высота столбов 12 м и 7 м.

- По рисунку запишите краткое условие. Найдите длину отрезка ТС. (Скопируйте рисунок)

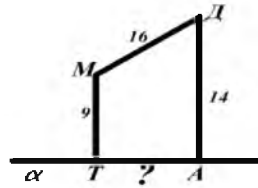


#### Вариант 5

- Решите задачу по условию на рисунке.
- Из точек к плоскости  $\beta$  проведены перпендикулярные прямые, которые пересекают плоскость соответственно в точках А и В. Найдите АВ, если  $MT = 18$  см,  $MA = 6$  см,  $BT = 10$  см.



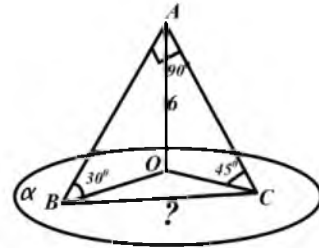
3. Равносторонний треугольник ABC ( $\angle A = 90^\circ$ ) равнобедренный треугольник ABD лежат в перпендикулярных плоскостях. Найдите расстояние от точки C до точки D, если  $AB=10$ м,  $AD=16$ м.



4. По рисунку записать краткое условие (Дано). Решить задачу

#### Вариант 6

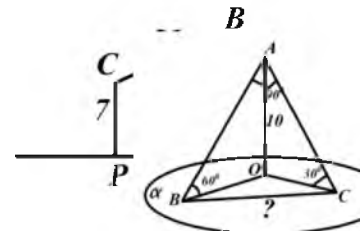
- По рисунку записать краткое условие (Дано). Решить задачу.
- Прямые AM, AT, AO попарно перпендикулярны. Найдите отрезок TO, если  $AM = 10$  см,  $AT = 8$  см,  $OM = 19$  см.
- Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 16 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы по  $45^\circ$ , а между собой угол  $60^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.
- По рисунку запишите краткое условие. Найдите длину отрезка BA. (Скопируйте рисунок)



#### Вариант 7

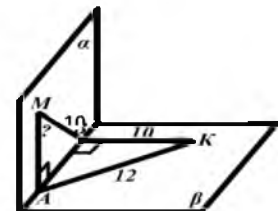
- Записать краткое условие и решить задачу.
- Прямоугольный треугольник ABK ( $\angle B = 90^\circ$ ) и квадрат ABCD лежат в перпендикулярных плоскостях. Найдите расстояние от точки K до точки D, если  $AB=8$ м,  $BK=10$ м.
- К плоскости  $\beta$  из точек A и B проведены перпендикуляры AM и BK. Найдите расстояние MK, если  $AB = 24$  см,  $AM = 16$  см,  $BK = 12$  см.

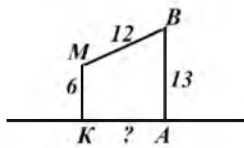
4. По рисунку записать краткое условие и найти расстояние между точками A и P.



#### Вариант 8

1. По рисунку запишите краткое условие. Найдите



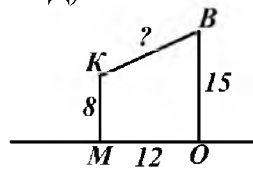


длину отрезка AM. Скопируйте рисунок.

2. Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 6 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы  $30^\circ$ , а между собой угол  $60^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.

3. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , с измерениями  $AA_1 = 15$  см,  $AB = 9$  см,  $AC = 5$  см. Найдите косинус угла между прямой  $AC_1$  и плоскостью  $(ABCD)$ .

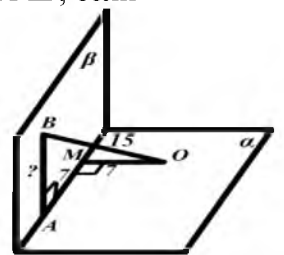
4. По рисунку записать краткое условие и найти отрезок KB.



### Вариант 9

1. По рисунку записать краткое условие задачи (дано) и найти неизвестный отрезок.
2. Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии 10 см, проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы  $30^\circ$  и  $30^\circ$ , а между собой угол  $90^\circ$ . Найдите расстояние между концами наклонных.
3. Прямые OM, OA, OB попарно перпендикулярны. Найдите отрезок MB, если  $OM = 12$  см,  $OA = 8$  см,  $AB = 17$  см.

4. По рисунку запишите краткое условие. Найдите длину отрезка BA. (Скопируйте рисунок)



### Контрольная работа № 27 «Призма»

#### Вариант 1

1. В правильной треугольной призме, стороны основания равны 12 см, а высота призмы 8 см. Вычислите площадь полной поверхности и объем призмы.
2. В прямой четырехугольной призме основание – параллелограмм со сторонами 6 см, 8 см и углом между ними  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности, если объем равен  $60 \text{ см}^3$ .
3. Деталь имеет форму правильной четырехугольной призмы, у которой боковое ребро равно 8 дм. Диагональ основания равна  $6\sqrt{2}$  дм. Сколько потребуется краски для покрытия 10 таких деталей, если на  $1 \text{ дм}^2$  расходуется 8 г краски.

#### Вариант 2

1. В основании прямой призмы лежит ромб со стороной 4 см и острым углом  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объем призмы, если высота ее равна 5 см.

2. Основанием прямой призмы служит треугольник, стороны которого 5см, 5см и 6см. Высота призмы равна большей стороне основания. Найдите площадь полной поверхности призмы.
3. Сколько можно отлить из 12кг свинца правильных четырехугольных призм, если все ребра равны по 8см. (Удельный вес свинца  $\rho = 11,4$ ; угар во внимание не принимается  $V = \frac{m}{\rho}$ ).

### Вариант 3

1. В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 10см, а боковое ребро 8см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.
2. Основание треугольной призмы – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой  $6\sqrt{2}$  см. Найдите объем призмы, если высота равна катету основания
3. Основание прямой призмы параллелограмм со сторонами 8см, 9см и острым углом  $30^\circ$ . Найдите объем призмы, если площадь боковой поверхности равна  $238\text{см}^2$ .

### Вариант 4

1. В прямой четырехугольной призме основание – ромб, со стороной 4см и острым углом  $45^\circ$ . Высота призмы 7см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы
2. Основанием прямой призмы служит треугольник, стороны которого 7см, 7см и 10см. Найдите объем призмы, если площадь боковой поверхности призмы равен  $192\text{см}^2$ .
3. Металлическая деталь имеет форму правильной треугольной призмы, у которой боковое ребро равно 6дм, а сторона основания 4дм. Сколько потребуется краски для покрытия 5 таких деталей, если на  $1\text{дм}^2$  расходуется 8г краски.

### Вариант 5

1. В прямой треугольной призме – основание равносторонний треугольник со стороной 8дм, а высота призмы 5дм. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.

2. В прямой призме основание прямоугольник с одной стороной 12см и диагональю 15см. Высота призмы равна второй стороне основания. Найдите площадь полной поверхности призмы.

3. Из 10кг свинца отливают деталь формой правильной четырехугольной призмы, у которой все ребра равны по 4см. Найдите сколько можно отлить таких деталей.

(Удельный вес свинца  $\rho = 11,4$ ; угадывание не принимается  $V = \frac{m}{\rho}$ ).

### Вариант 6

1. Основание прямой призмы параллелограмм, стороны которого 5см, 8см и острый угол  $60^{\circ}$ . Высота призмы 5см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.

2. В прямой призме - основание ромб со стороной 8см и острым углом  $60^{\circ}$ . Высота призмы равна меньшей диагонали основания. Найдите объем призмы.

3. Определите вместимость зернового элеватора, имеющего 10 резервуаров формой правильной четырехугольной призмы, у которой все боковые грани квадраты со стороной 4м. (Объемная масса зерна 0,8т).

### Вариант 7

1. В прямой призме основание треугольник с сторонами 7см, 24см и 25см. Высота призмы равна 6см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.

2. В прямой призме основание правильный четырехугольник со стороной 8см. Вычислите площадь полной поверхности призмы, если высота равна диагонали основания.

3. Определите вместимость зернового элеватора, имеющего 10 резервуаров формой правильной треугольной призмы, у которой все боковые грани квадраты со стороной 6м. (Объемная масса зерна 0,8т).

### Вариант 8

1. Основание прямой призмы параллелограмм со сторонами 6см, 4см и острым углом  $30^{\circ}$ . Высота призмы 7см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.

2. Основание прямой призмы ромб со стороной 9см и острым углом  $60^{\circ}$ . Высота призмы в 3 раза меньше периметра основания. Найдите полную поверхность призмы.

3. Сколько можно отлить из 8кг свинца правильных треугольных призм, если все ребра равны по 4дм. (Удельный вес свинца  $\rho = 11,4$ ; угадывание не принимается

$$V = \frac{m}{\rho}.$$

### Контрольная работа № 28 «Параллелепипед»

#### Вариант 1

1. Найдите диагональ, объем и площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, если стороны его основания равны 2 и 3см, а высота параллелепипеда 7см.
2. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб со стороной 4 дм и меньшим углом  $30^{\circ}$ . Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда, если высота в 3 раза больше стороны основания.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3см и 4м, угол между ними равен  $60^{\circ}$ , площадь боковой поверхности равна  $98\text{см}^2$ . Найдите объем параллелепипеда.

#### Вариант 2

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $\sqrt{83}$  см, высота 7см. Одна из сторон основания равна 3см. Найдите вторую сторону, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания 8 и 5см образуют угол  $60^{\circ}$ . Высота параллелепипеда на 6см меньше периметра основания. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 35дм и 13дм, а один из углов основания  $60^{\circ}$ . Найдите площадь полной поверхности и объем, если меньшие боковые грани параллелепипеда - квадраты.

#### Вариант 3

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 6и 8см, а диагональ параллелепипеда  $\sqrt{125}$  см. Найдите высоту, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. В прямом параллелепипеде все боковые грани квадраты со стороной 10см. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда, если меньший угол между сторонами основания равен  $30^{\circ}$ .
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3см и 8см и образуют угол  $30^{\circ}$ . Найдите объем параллелепипеда, если площадь боковой поверхности равна  $110\text{см}^2$ .



#### Вариант 4

1. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 4 см и 5 см, высота параллелепипеда 3 см. Найдите диагональ, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. В прямом параллелепипеде – основание квадрат со стороной 6 см. Высота параллелепипеда равна диагонали основания. Найдите площадь полной поверхности и объем.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 7 и  $\sqrt{18}$  см, образуют угол  $45^\circ$ , меньшая диагональ параллелепипеда составляет угол  $45^\circ$  с плоскостью основания. Найдите объем параллелепипеда.

#### Вариант 5

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $\sqrt{155}$  см. Стороны основания 7 см и 9 см. Найдите высоту, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. Боковое ребро прямого параллелепипеда равно меньшей диагонали основания. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда, если стороны основания 4 см и 6 см и образуют угол  $60^\circ$ .
3. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб со стороной 6 см и острым углом  $60^\circ$ . Найдите меньшую диагональ параллелепипеда, если она составляет с основанием угол  $45^\circ$ .

#### Вариант 6

1. В прямоугольном параллелепипеде одна сторона основания равна 6 см, вторая равна длине бокового ребра и равна 8 см. Найдите диагональ, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
2. Каждое ребро прямого параллелепипеда имеет длину 5 дм, один из углов основания равен  $30^\circ$ . Найдите объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда, равные 8 см и 15 см. Образуют угол  $30^\circ$ , меньшая из площадей диагональных сечений равна  $130\text{см}^2$ . Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.

#### Вариант 7

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 4 и 6 см, боковое ребро 12 см. Найдите диагональ, объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.

2. В прямом параллелепипеде стороны основания равны по 6см и образуют угол  $60^{\circ}$ . Высота параллелепипеда в 2 раза меньше периметра основания. Найдите объем и площадь полной поверхности параллелепипеда.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 3 и 5см, угол между ними  $60^{\circ}$ , большая диагональ параллелепипеда равна  $\sqrt{65}$  см. Найдите длину бокового ребра и объем параллелепипеда.

#### Вариант 8

1. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 8см и 9см. Диагональ параллелепипеда равна  $\sqrt{181}$  см. Найдите высоту, объем и полную поверхность параллелепипеда.
2. Стороны основания прямого параллелепипеда имеют длины 3 и 8дм, а один из углов основания  $120^{\circ}$ . Найдите объем и площадь полной поверхности параллелепипеда, если высота равна большей стороне основания.
3. Стороны основания прямого параллелепипеда 6 и 4см, угол между ними равен  $60^{\circ}$ . Диагональ большей грани равна 10см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

#### Контрольная работа № 29 «Пирамида»

##### Вариант 1

1. Основание пирамиды прямоугольник со сторонами 12см и 15см. Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 6см.
2. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если в основании ее треугольник со сторонами 8дм, 12дм и острым углом  $30^{\circ}$ . Площадь боковой поверхности равна  $108\text{см}^2$ .
3. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 12см, а боковое ребро равно 10см. Найдите объем пирамиды.

##### Вариант 2

1. Высота пирамиды 7дм. Найдите объем пирамиды, если ее основание параллелограмм со сторонами 8дм, 5дм и острым углом  $30^{\circ}$ .
2. Найдите площадь полной поверхности треугольной пирамиды, если площадь ее основания равна  $63\text{см}^2$ , а все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $30^{\circ}$ .

3. Высота правильной треугольной пирамиды равна 5 см, боковое ребро равно 13 см. Найдите объем пирамиды.

### Вариант 3

1. Основание пирамиды ромб со стороной 6 см и углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 8 см.
2. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если в основании ее треугольник со сторонами 5 дм, 12 дм, 9 см. Площадь боковой поверхности равна  $96\text{см}^2$ .
3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см. Боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

### Вариант 4

1. Основание пирамиды прямоугольник с диагоналями 14 см, 10 см и острым углом между ними  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 7 см.
2. В треугольной пирамиде боковое ребро SA перпендикулярно основанию ABC. Найдите объем пирамиды, если  $AC = 13\text{см}$ ,  $AB = 15\text{см}$ ,  $BC = 4\text{см}$ ,  $SA = 5\text{см}$ .
3. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 5 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .

### Вариант 5

1. Основание пирамиды треугольник со сторонами 8 см, 8 см и 12 см. Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 6 см.
2. Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной 8 см и апофемой 15 см.
3. Найдите объем правильной треугольной пирамиды. Сторона основания ее равна 12 см, боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .

### Вариант 6

1. Основание пирамиды ромб со стороной 6 см и углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 9 см.
2. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если в основании ее прямоугольник со сторонами 5 дм и 6 дм. Площадь боковой поверхности равна  $84\text{см}^2$ .
3. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если ее высота равна 4 см, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ .

### Вариант 7

1. Основание пирамиды ромб с диагоналями 10см и 16см. Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 9см.
2. Длины сторон основания треугольной пирамиды 9см, 10см и 17см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если каждая боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $45^{\circ}$ .
3. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если все ребра равны по 8см.

### Вариант 8

1. Основание пирамиды параллелограмм со сторонами 6см, 12см и острым углом  $60^{\circ}$ . Найдите объем пирамиды, если высота ее равна 8см.
2. В треугольной пирамиде все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $30^{\circ}$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если стороны основания 8дм, 7дм и 9дм.
3. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^{\circ}$ , сторона основания равна 10см.

## Контрольная работа № 30 «Цилиндр»

### Вариант 1

1. Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см и 12 см относительно оси симметрии параллельной большей стороне.
2. Осевое сечение цилиндра прямоугольник, диагональ которого равна 10 см и составляет с плоскостью основания угол  $60^{\circ}$ . Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#Прямоугольник со сторонами 12 см и 18 см сворачивают двумя способами в цилиндр: сначала относительно одной стороны, затем другой. Вычислите и сравните площади боковых поверхностей полученных цилиндров.

### Вариант 2

1. Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 4 м и 8 м относительно меньшей стороны.

2. Осевое сечение цилиндра квадрат, с диагональю равной  $8\sqrt{2}$  см . Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. Определите вместимость зернового элеватора цилиндрической формы, имеющего 40 резервуаров. Размеры каждого резервуара: высота - 30 м, диаметр – 10 м. Объемная масса зерна 0,8 т.

### Вариант 3

1. Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 16 см и 8 см относительно большей стороны.
2. Осевое сечение цилиндра прямоугольник, диагональ которого составляет с плоскостью основания цилиндра угол  $30^0$  и равна 8 см и. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. Сколько потребуется краски для окраски 10 деревянных брусков диаметром 20 дм и длиной 80 дм, если на  $1 \text{ м}^2$  поверхности уходит 120 г. краски.

### Вариант 4

1. Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника со стороной 6 см и диагональю 10 см относительно меньшей стороны.
2. Осевое сечение цилиндра квадрат, с диагональю равной  $10\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. На барабан диаметром 1 м намотано в один ряд 50 витков медной проволоки диаметром 4 мм. Вычислите массу проволоки (плотность меди  $8,9 \text{ г/см}^3$ ), если:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

### Вариант 5

1. Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника относительно оси симметрии параллельной большей стороне, если стороны прямоугольника 8 м и 10 м
2. Вычислите площадь поверхности и объем цилиндра, если разверткой его боковой поверхности служит прямоугольник с длиной 20см и шириной 15см (ширина прямоугольника – высота цилиндра).
- 3#. Алюминиевый провод диаметром 0,4 см имеет массу 6800 г. Найдите длину провода

(плотность алюминия  $2,7 \text{ г/см}^3$ ), если  $\rho = \frac{m}{V}$ .

### Вариант 6

1. Диагональ прямоугольника 10 см, образует с большей стороной угол  $60^\circ$ . Найдите площадь поверхности и объем цилиндра, полученного при вращении прямоугольника вокруг большей стороны.
2. Осевое сечение цилиндра квадрат, с диагональю равной  $18\sqrt{2}$  см. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. Стальной цилиндр диаметром 10 мм и длиной 100 мм покрыт тонким слоем никеля. Вычислите массу покрытия для 1000 таких цилиндров, если на  $1 \text{ дм}^2$  площади покрытия затрачено 0,22 г никеля.

### Вариант 7

1. Диагональ прямоугольника 12 см и образует с меньшей стороной угол  $60^\circ$ . Найдите площадь поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника относительно меньшей стороны.
2. Разверткой цилиндра служит квадрат со стороной 12 см. Вычислите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. Сколько потребуется краски для окраски 10 деревянных цилиндров диаметром 10 см и длиной 20 см, если на  $1 \text{ дм}^2$  поверхности уходит 1,2 г. краски.

### Вариант 8

1. Найдите площадь полной поверхности и объем тела, полученного при вращении прямоугольника со стороной 8 см и диагональю 12 см относительно прямой проходящей через середины меньших сторон.
2. Осевое сечение цилиндра прямоугольник, с диагональю равной 10 см и шириной (диаметр цилиндра) 8 см. Вычислите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
- 3#. Сколько цилиндров с радиусом 5 см и длиной 6 см можно отлить из металлического куба со стороной 12 см?

## Контрольная работа № 31 «Конус»

### Вариант 1

1. Осевое сечение конуса прямоугольный треугольник с катетом 8 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.

2. Прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 см вращается относительно большего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Квадрат со стороной 6 см вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
4. Коническая жестяная воронка имеет диаметр 12 м и высоту 15 м. Сколько потребуется краски на окраску всей воронки, если на  $1 \text{ м}^2$  уходит 120 г краски?

#### Вариант 2

1. Осевое сечение конуса равносторонний треугольник со стороной 8 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 см вращается относительно меньшего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Ромб со стороной 6 см вращается вокруг своей меньшей диагонали. найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения, если большая диагональ равна 8 см.
4. Коническая куча песка в окружности 24 м, угол откоса равен  $30^\circ$ . Вычислите массу песка, если его плотность  $1,5 \text{ г/см}^3$

#### Вариант 3

1. Осевое сечение конуса равнобедренный треугольник с боковой стороной 8 см и углом при основании  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетами 12 и 12 см вращается относительно одного из катетов. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Квадрат с диагональю  $10\sqrt{2}$  вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
4. Железная деталь имеет форму конуса с параметрами  $R=10 \text{ см}$  и  $L=15 \text{ см}$ . Сколько потребуется краски на окраску 5 таких деталей, если на  $1 \text{ см}^2$  уходит 12 г краски?

#### Вариант 4

1. Осевое сечение конуса прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетом 4 см и гипотенузой 5 см вращается относительно меньшего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.

3. Квадрат со стороной 12 дм вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
4. Коническая воронка в земле имеет в окружности 45 м, а глубину 6 м. Сколько тонн грунта потребуется для заполнения воронки? (Плотность грунта  $2 \text{ г/см}^3$ ).

#### Вариант 5

1. Осевое сечение конуса равнобедренный треугольник с основанием 12 см и углом при основании  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетом 15 и гипотенузой 17 см вращается относительно меньшего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Ромб с диагоналями 30 и 40 см вращается вокруг своей большей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
4. Щебень укладывают в кучу, имеющую форму конуса с углом откоса  $30^\circ$ . Какой высоты должна быть куча, чтобы ее объем был равен  $10 \text{ м}^3$ ?

#### Вариант 6

1. Осевое сечение конуса равносторонний треугольник со стороной 16 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетами 15 и 12 см вращается относительно большего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Ромб со стороной 10 см и острым углом  $30^\circ$  вращается вокруг своей меньшей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения, если большая диагональ равна 8 см.
4. Коническая куча зерна имеет высоту 2,4 м, а длину окружности в основании 20 м. Сколько тонн зерна в куче, если масса  $1 \text{ м}^3$  равна 750 кг?

#### Вариант 7

1. Осевое сечение конуса равносторонний треугольник со стороной 10 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетами 6 и 6 см вращается относительно одного из катетов. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Квадрат с диагональю  $12\sqrt{2}$  см вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.



4. Железная деталь имеет форму конуса с параметрами  $R=10$  см и  $H=15$  см. Сколько потребуется краски на окраску 4 таких деталей, если на  $1 \text{ см}^2$  уходит 12 г краски?

### Вариант 8

1. Осевое сечение конуса прямоугольный треугольник с гипотенузой 10 см. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
2. Прямоугольный треугольник с катетом 12 см и гипотенузой 17 см вращается относительно меньшего катета. Найдите площадь полной поверхности и объем конуса.
3. Квадрат со стороной 4 дм вращается вокруг своей диагонали. Найдите площадь полной поверхности и объем тела вращения.
4. Яма имеет форму конуса в окружности 120 м, а в глубину 4 м. Сколько тонн грунта потребуется для заполнения воронки? (Плотность грунта  $2 \text{ г/см}^3$ ).

### Контрольная работа № 32 «Шар. Сфера»

#### Вариант 1

1. Шар, радиус которого 10 см, пересечен плоскостью на расстоянии 6 см от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 6 см от центра шара, площадь сечения равна  $64\pi \text{ см}^2$ . Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке А, точка В лежит в плоскости касания и отстоит от А на расстоянии 24 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки В равно 25 см.
- 4#. Внутренний диаметр чугунного полого шара, равен 8 см, толщина стенок 2 см. Найдите объем всего шара.

#### Вариант 2

1. Шар, радиус которого 14 м, пересечен плоскостью на расстоянии 9 м от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 5 дм от центра шара, площадь сечения равна  $144\pi \text{ дм}^2$ . Найдите радиус и объем шара.

3. Плоскость касается сферы в точке М, точка В лежит в плоскости касания и отстоит от М на расстоянии 12 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки В равно  
13 см.
- 4#. Сколько кожи потребуется для изготовления покрышки футбольного мяча диаметром 20 см, если на обрезки и швы идет 8% материала?

### Вариант 3

1. Шар, радиус которого 8 см, пересечен плоскостью на расстоянии 5 см от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 14 дм от центра шара, площадь сечения равна  
 $361\pi$  дм<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке Т, точка Р лежит в плоскости касания и отстоит от Т на расстоянии 12 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки Р равно  
18 см.
- 4#. В каком случае расходуется больше материала: на никелировку одного шара диаметром 8 см или никелировку 3 шаров диаметром 2 см?

### Вариант 4

1. Шар, радиус которого 9мм, пересечен плоскостью на расстоянии 3мм от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 12 мм от центра шара, площадь сечения равна  
 $324\pi$  мм<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке F, точка В лежит в плоскости касания и отстоит от F на расстоянии 17 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки В равно  
23 см.
- 4#. Внешний диаметр полого шара 12 см, толщина стенок 3 см. Найдите объем полого шара.

### Вариант 5

1. Шар, радиус которого 7 см, пересечен плоскостью на расстоянии 5 см от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 12 м от центра шара, площадь сечения равна  $289\pi$  м<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке Т, точка Н лежит в плоскости касания и отстоит от Т на расстоянии 17 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки В равно 31 см.
- 4#. Сколько потребуется краски, чтобы окрасить шар диаметром 2,4 м, если на окраску 1 м<sup>2</sup> уходит 120 г краски?

#### Вариант 6

1. Шар, радиус которого 6 м, пересечен плоскостью на расстоянии 4 м от центра шара. Найдите площадь сечения и площадь поверхности сферы.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 10 дм от центра шара, площадь сечения равна  $256\pi$  дм<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке К, точка Е лежит в плоскости касания и отстоит от К на расстоянии 8 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки Е равно 17 см.
- 4#. Сколько кожи потребуется для изготовления покрышки футбольного мяча диаметром 32 см, если на обрезки и швы идет 8% материала?

#### Вариант 7

1. Шар, радиус которого 12 см, пересечен плоскостью на расстоянии 7 см от центра шара. Найдите площадь сечения, площадь поверхности и объем шара.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм от центра шара, площадь сечения равна  $196\pi$  дм<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке А, точка С лежит в плоскости касания и отстоит от А на расстоянии 11 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки С равно 23 см.

- 4#. В каком случае расходуется больше материала: на никелировку двух шаров диаметром 6 см или никелировку 6 шаров диаметром 2 см?

### Вариант 8

1. Шар, радиус которого 13 мм, пересечен плоскостью на расстоянии 6 мм от центра шара. Найдите площадь сечения и площадь поверхности сферы.
2. Шар пересечен плоскостью на расстоянии 10 см от центра шара, площадь сечения равна  $441\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите радиус и объем шара.
3. Плоскость касается сферы в точке F, точка B лежит в плоскости касания и отстоит от F на расстоянии 12 см. Найдите радиус сферы, если расстояние от центра сферы до точки B равно 21 см.
- 4#. Внутренний диаметр полого шара 12 см, толщина стенок 3 см. Найдите объем полого шара.

### Контрольная работа № 33 «Векторы и координаты»

#### Вариант 1

1. Найдите расстояние между точками A и B, если A (1; 2; 3), B (-2; -3; 1).
2. Пусть A (0; 0; 1), B (3; 0; 2), C (-1; -1; -1), D (4; -3; 0). Найдите:  
а)  $\overline{AB} + \overline{CD}$ ;                      б)  $\overline{CD} + 4\overline{AB}$ .
3. Известны координаты четырех вершин параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите координаты четырех оставшихся вершин, если A (1; 0; -1), B (2; -1; 1), C (3; 0; 0), C<sub>1</sub> (1; 2; 2).
4. Найдите угол между векторами, если  $\vec{a}(-3; 4; 0)$ ,  $\vec{b}(5; 0; -12)$ .
5. Даны координаты точек. Найдите  $\cos \alpha$  между  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$ : A (1; -1; -4), B (-3; -1; 0), C (-1; 2; 5), D (2; -3; 1).

#### Вариант 2

1. Найдите расстояние между точками A и B, если A (-1; -3; 0), B (3; -4; 5).
2. Пусть A (0; 0; 1), B (3; 0; 2), C (-1; -1; -1), D (4; -3; 0). Найдите:  
а)  $\overline{AB} + 2\overline{BC}$ ;                      б)  $3\overline{CD} + 4\overline{DA}$ .
3. Известны координаты четырех вершин параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите координаты четырех оставшихся вершин, если A (3; 0; 2), B (2; 4; 5), A<sub>1</sub> (5; 3; 1), D (7; 1; 2).

4. Найдите угол между векторами, если  $\vec{a}(1; 2; 3)$ ,  $\vec{b}(2; 3; 4)$ .
5. Даны координаты точек. Найдите  $\cos \alpha$  между  $\overline{CD}$  и  $\overline{MN}$ : C (3; -2; 1), D (-1; 2; 1), M (2; -3; 3), N (-1; 1; -2).

### Контрольная работа № 34 «Теория вероятности»

#### 1 вариант

- 1) Перечислить все элементарные равновозможные события, которые могут произойти в результате подбрасывания тетраэдра с гранями, занумерованными 1, 2, 3, 4.
- 2) Бросается игральный кубик, у которого 2 грани красные, а 4 грани - желтые. Является ли равновозможными события «выпала желтая грань» и «выпала красная грань»?
- 3) Случайный опыт может закончиться одним из 4-х элементарных событий: A, B, C или D. Чему равна вероятность элементарного события A, если  $P(B)=1/3$ ,  $P(C)=2/5$ ,  $P(D)=1/12$ ?
- 4) Три мальчика покупают тетради двух цветов (каждый одного цвета): синего и красного. Выпишите элементарные события этого опыта. Считая, что они все равновозможны, найти вероятность каждого из них.

#### 2 Вариант

- 1) Перечислить все элементарные равновозможные события, которые могут произойти в результате раскручивания стрелки рулетки, поверхность которой разделена на 5 одинаковых секторов: A, B, C, D, E.
- 2) Бросается игральный кубик, у которого 3 грани - красные, 3 грани - желтые. Является ли равновозможными события «выпала желтая грань» и «выпала красная грань»?
- 3) Случайный опыт может закончиться одним из 4-х элементарных событий: A, B, C или D. Чему равна вероятность элементарного события C, если:  $P(A)=1/6$ ,  $P(B)=2/7$ ,  $P(D)=1/4$ ?
- 4) Три мальчика покупают тетради двух цветов (каждый одного цвета): желтого и зеленого. Выпишите элементарные события этого опыта. Считая, что они все равновозможны, найти вероятность каждого из них.

### Контрольная работа № 35 по теме: «Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятности»

#### 1 вариант.

1. В мешке лежат 10 шаров: 3 синих, 3 белых и 4 красных. Охарактеризуйте следующие события как достоверное, невозможное и случайное:
- а) вынули 4 шара и все они синие;
- б) вынули 4 шара и все они красные;
- в) вынули 4 шара и все они оказались разного цвета.

2. Решите уравнение:  $C_x^{x-2} = 15$

3. По списку в классе 15 девочек и 13 мальчиков. Нужно выделить группу из 3 человек для посещения заболевшего одноклассника. Сколькими способами это можно сделать, если:

- а) все члены группы должны быть девочками;
- б) в группе должны быть 1 девочка и 2 мальчика.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

### 2 вариант.

1. В двух коробках находится по 5 шаров 5 разных цветов: белого, синего, красного, желтого, зеленого. Из каждой коробки одновременно вынимают по одному шару. Охарактеризуйте следующие события как достоверное, невозможное и случайное:

- а) вынуты шары разного цвета;
- б) вынуты шары одного цвета;
- в) вынуты шары черного и белого цветов;
- г) вынуты два шара, причем каждый из них оказался окрашенным в один из цветов: белый, синий, красный, желтый, зеленый.

2. Решите уравнение  $C_x^3 = 2 \cdot A_x^2$

3. Из колоды в 36 карт вынимают 5 карт. Найдите:

- а) число всех возможных вариантов выбора;
- б) число вариантов, при которых среди полученных карт есть 4 туза.

4. На экзамене по геометрии ученику достается один вопрос. Вероятность того, что это вопрос на тему: «Окружность» равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему: «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене ученику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

### Входной контроль

#### Вариант 1

6. Выполните действия:  $\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{14}{15} + \frac{2}{5}$

7. Решите уравнение:  $2 + 3(x + 2) = 5 - 2x$

8. Найдите корни уравнения:  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 - x + 12 \geq 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 2(x - 3) - 3 > 3(x + 3), \\ 3x - 1 \geq 7 + 3(2x - 1) - 1. \end{cases}$$

#### Вариант 2

6. Выполните действия:  $\left(\frac{7}{9} - \frac{1}{3}\right) \div \frac{2}{9} + \frac{7}{8}$

7. Решите уравнение:  $3 - 3(x + 2) = 6 - 4x$

8. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 8x - 3 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 + 3x + 4 < 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6x + 2(x + 1) > 3x + 2, \\ 5(x + 1) - x \geq 9 + x. \end{cases}$$

#### Вариант 3

6. Выполните действия:  $\frac{5}{6} \div \left(\frac{4}{10} + \frac{2}{15}\right) - \frac{1}{5}$

7. Решите уравнение:  $7 - 2(x + 1) = 5 + 3x$

8. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 2x - 1 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $x^2 - x - 6 < 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 4x - 3(x + 2) \leq x + 5, \\ x - 5(x + 2) > 4x - 7. \end{cases}$$

#### Вариант 4

6. Выполните действия:  $\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{8}{9}$

7. Решите уравнение:  $8 + 3(2x + 3) = 5x + 2$

8. Найдите корни уравнения:  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $x^2 + 3x - 4 \leq 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 2(3x - 5) + 4 > 2x - 7, \\ 4(x + 3) - x \leq 6x - 5. \end{cases}$$

#### Вариант 5

6. Выполните действия:  $\frac{11}{12} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{7}\right) - \frac{4}{5}$

7. Решите уравнение:  $4x - 5 = 5x - 3(2x - 1)$

8. Найдите корни уравнения:  $x^2 - x - 30 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $3x^2 - 2x - 1 \geq 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 3x - 5(x + 2) \geq 3(x - 5), \\ 3x + 4(x - 1) < x - 2. \end{cases}$$

#### Вариант 6

6. Выполните действия:  $\frac{4}{15} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{9}$

7. Решите уравнение:  $4 - 5(3x + 2) = 3x + 1$

8. Найдите корни уравнения:  $-x^2 - x + 12 = 0$

9. Найдите множество решений неравенства:  $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$

10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6 + 2(x + 5) < 5x - 7, \\ 3(2x - 1) - 2x > 5x + 7. \end{cases}$$

#### Вариант 7

6. Выполните действия:  $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{7}\right) \div \frac{25}{42} - \frac{3}{5}$



7. Решите уравнение:  $5(2 + 3x) = 9 + 5x$
8. Найдите корни уравнения:  $2x^2 + 7x - 4 = 0$
9. Найдите множество решений неравенства:  $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$
10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 7x - (2x - 3) \geq 4x - 5, \\ 5 - 3(x - 6) \geq x - 2. \end{cases}$$

#### Вариант 8

6. Выполните действия:  $\left(\frac{5}{9} + \frac{2}{5}\right) \times \frac{40}{43} - \frac{1}{2}$
7. Решите уравнение:  $6x - 3(x + 4) = 14 + 2x$
8. Найдите корни уравнения:  $3x^2 + 5x + 2 = 0$
9. Найдите множество решений неравенства:  $-x^2 + 3x - 2 < 0$
10. Решите систему неравенств: 
$$\begin{cases} 6 + 5(2x - 4) > x - 12, \\ 3x - (2x - 5) > x - 6. \end{cases}$$

#### Экзаменационная письменная контрольная работа

##### Экзаменационный билет № 1

1. Решите уравнение:  $(y^2 - 1)^{\frac{1}{3}} = 2$ .
2. Выполните действие:  $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{6}$ .
3. Решите уравнение:  $3^{2-2x} = 81$ .
4. Вычислите:  $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\frac{\pi}{3} + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ .
5. Решите неравенство:  $\lg(7 - x) + \lg x > 1$ .

6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = -\frac{1}{x^2} + x^3$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 7$  в точке  $x_0 = 2$ .
8. Решите уравнение:  $(x - 4)^2 - x^2 = 0$ .
9. **Задача.** В сосуд, имеющий форму конуса, налили 20 мл жидкости до половины высоты сосуда. Сколько мл жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?
10. **Задача.** Два литра 6%-го уксуса разбавили тремя литрами 1% уксуса. Каково процентное содержание уксуса в полученном растворе?

**Экзаменационный билет № 2**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{6x^2 - 3} = \sqrt{5x - 2}$ .
2. Выполните действие:  $(\frac{5}{6} - \frac{7}{9}) \div \frac{5}{36}$ .
3. Решите уравнение:  $2^{x+4} - 2^x = 120$ .
4. Вычислите:  $3\sin\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}\sin 60^\circ \times \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} \times \operatorname{tg}\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_2(x^2 - x - 2) \geq 2$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 3e^x - \sin x$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = 2^x - \log_2 x$  в точке  $x_0 = 1$ .
8. Решите уравнение:  $(x + 3)^2 = (x - 9)^2$ .
9. **Задача.** Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 170 рублей в воскресенье?

10. **Задача.** Укажите ту часть массы, которая меньше других:

- a) 15% от 20 кг;
- b) 22% от 15 кг;
- c) 15% от 24 кг;
- d) 26% от 15 кг.

**Экзаменационный билет № 3**

1. Решите уравнение:  $\sqrt[3]{2x+3} = 1$ .
2. Выполните действие:  $\frac{7}{36} \times 9 + 8 \times \frac{11}{32} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{18}$ .
3. Решите уравнение:  $0,2^{x^2+4x-5} = 1$ .
4. Вычислите:  $\cos^2 30^\circ - 8\sqrt{3} \times \sin^2 \frac{\pi}{6} \times \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \times \cos 60^\circ$ .
5. Решите неравенство:  $\lg(5x^2 - 15x) \leq \lg(2x - 6)$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 1 + 3e^x - 4 \cos x$ .
7. Вычислите значение производной функции:  
 $f(x) = \log_{0,5} x - 3^x$  в точке  $x_0 = 1$ .
8. Решите уравнение:  $\log_4(2x + 5) = 3$ .
9. **Задача.** В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{3}{4}$  высоты. Объем сосуда равен 1680 мл. Чему равен объем налитой жидкости?
10. **Задача.** Чему равен объем аквариума (в дм<sup>3</sup>), имеющего размеры  $8 \times 7 \times 6$ ?

**Экзаменационный билет № 4**

1. Решите уравнение:  $\sqrt[3]{3x-1} = -5$ .
2. Выполните действие:  $\frac{13}{7} \div \frac{26}{35} - 1,5$ .
3. Решите уравнение:  $2(3 - 2x) - 7 = -3x + 8$ .
4. Вычислите:  $4\cos^2 60^\circ \times \operatorname{ctg} 30^\circ \times \sin \frac{\pi}{3} - \sin^2 \frac{\pi}{3}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$ .

6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = \frac{4}{x^5} - 3$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 8}$ , в точке  $x_0 = 3$ .
8. Решите уравнение:  $9^x - 3^{x+1} = 54$ .
9. **Задача.** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

**ВЕЛИЧИНЫ**

**ЗНАЧЕНИЯ**

- |                                     |          |
|-------------------------------------|----------|
| А) Масса алюминиевой столовой ложки | 1) 8 т   |
| Б) Масса грузовой машины            | 2) 32 г  |
| В) Масса дождевой капли             | 3) 20 мг |
| Г) Масса кота                       | 4) 8 кг  |

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер ее возможного значения.

**Ответ:**

А	Б	В	Г

10. **Задача.** Бассейн для тренировки аквалангистов глубиной 5,5 м имеет объем, равный  $1375 \text{ м}^3$ . Определите площадь дна бассейна.

**Экзаменационный билет № 5**

1. Решите уравнение:  $(2x - 6)^2 - 4x^2 = 0$ .
2. Выполните действие:  $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{6}$ .
3. Решите уравнение:  $27^{1-x} = \frac{1}{81}$ .
4. Вычислите:  $2 \cos 30^\circ \times \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin \frac{3\pi}{2}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_7(2 - x) \leq \log_7(3x + 6)$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^7 - 2 \sin x$ .

7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = -3\cos x + 2\sin x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

8. Решите уравнение:  $\sqrt{13 - x} = 3$ .

9. **Задача.** В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешенной скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России с 01.09.2013 года.

Превышение скорости, км/ч	21-40	41-60	61-80	81 и более
Размер штрафа	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 103 км/ч на участке дороги с максимальной разрешенной скоростью 60 км/ч. (Ответ дайте в рублях)

10. **Задача.** На АЗС клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 24 л бензина. Цена бензина 37 руб./л. Сколько сдачи должен получить клиент?

#### Экзаменационный билет № 6

1. Решите уравнение:  $x^2 + 10 = 7x$ .

2. Выполните действие:  $(-10)^3 + (-10)^2 + (-10)^0$ .

3. Решите уравнение:  $(\frac{1}{6})^{x+1} = 36^{x-1}$ .

4. Вычислите:  $\sin(-45^\circ) \times \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \cos(-45^\circ) \times \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ .

5. Решите неравенство:  $\log_{0,5}(2x - 4) \geq \log_{0,5}(x + 1)$ .

6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^5 + 2x$ .

7. Вычислите значение производной функции:

$$f(x) = 6\sin x + \operatorname{tg} x \text{ в точке } x_0 = -\frac{\pi}{6}.$$

8. Решите уравнение:  $3x + 1 = \sqrt{1 - x}$ .
9. **Задача.** На АЗС один литр бензина стоит 34,2 рубля. Водитель залил в бак 15 л бензина и взял бутылку воды за 29 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?
10. **Задача.** Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.

#### Экзаменационный билет № 7

1. Решите уравнение:  $6 - 2x = 3x - 10$ .
2. Выполните действие:  $(4 \times 10^{-6}) \times (2,2 \times 10^3)$ .
3. Решите уравнение:  $2\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$ .
4. Вычислите:  $9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_7(x - 1) \leq \log_7 2 + \log_7 3$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^3 - 4x^2 + x - 1$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = \sqrt{2x + 5}$

в точке  $x_0 = 2$ .

8. Решите уравнение:  $f'(x) = 0$ , если  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 3$ .
9. **Задача.** На экзамене 50 билетов, Яша не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что Яше попадется выученный билет.

10. **Задача.** Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна  $4\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите объем шара.

**Экзаменационный билет № 8**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{x + 12} = x$ .
2. Выполните действие:  $(27^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{9})^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}}$ .
3. Решите уравнение:  $\sin x + \sin(\pi - x) - \cos(\frac{\pi}{2} - x) = -1$ .
4. Вычислите:  $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9$ .
5. Решите неравенство:  $2^x + 2^{x+2} \leq 20$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 3x^4 - 1$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = x^3 \times \ln x$ , в точке  $x_0 = 4$ .
8. Решите уравнение:  $\cos^2 x - 4\sin x = 1$ .
9. **Задача.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 25t$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 64 м/с?
10. **Задача.** Высота конуса равна 36 ед., а диаметр основания равен 30 ед. Найдите длину образующей конуса.

**Экзаменационный билет № 9**

1. Решите уравнение:  $x^2 - 2x - 15 = 0$ .
2. Выполните действие:  $6^{\frac{1}{3}} \times 18^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{6}}$ .

3. Решите уравнение:  $2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$ .
4. Вычислите:  $\int_{-1}^1 (2x - 3x^2) dx$ .
5. Решите неравенство:  $\log_3(x^2 - 2x) > 1$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$ .
7. Найдите производную функцию:  $f(x) = 2x^2 + \operatorname{tg} x$ .
8. Решите уравнение:  $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$ .
9. **Задача.** Мост через реку состоит из **пяти** пролетов. Три средних пролета имеют одинаковую длину по **74,6 м**, а каждый из двух крайних пролетов **на 10,6 м короче** среднего. Найдите общую длину моста.
10. **Задача.** Найдите **объем** тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом **6 см** и гипотенузой **10 см** вокруг **большого** катета.

#### Экзаменационный билет № 10

1. Решите уравнение:  $\log_2(x + 2) = \log_2(x^2 + x - 7)$ .
2. Выполните действие:  $(8\sqrt{18} + 6\sqrt{24} - \sqrt{12}) \div 2\sqrt{6}$ .
3. Решите уравнение:  $\cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$ .
4. Вычислите:  $\left(2^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt[3]{6}$ .
5. Решите неравенство:  $x^2 - 8x + 12 < 0$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ .
7. Найдите промежутки возрастания функции:  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$ .



8. **Решите уравнение:**  $2^{x+4} - 2^x = 120$ .
9. **Задача.** Родительский комитет закупил 10 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 4 с машинами и 6 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 10 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.
10. **Задача.** Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объем цилиндра.

**Экзаменационный билет № 11**

1. **Решите уравнение:**  $\sqrt{1 + \cos x} = \sin x$ .
2. **Выполните действие:**  $\frac{4^{-0,5 \times 8^{\frac{4}{5}}}}{(\sqrt[5]{2})^2}$ .
3. **Решите уравнение:**  $\log_4(x^2 - 15x) = 2$ .
4. **Вычислите:**  $3^{\frac{1}{2} \log_3 4}$ .
5. **Решите неравенство:**  $10^{3x+1} > 0,001$ .
6. **Найдите первообразную функции:**  $f(x) = 3x^2 - 5$ , график которой проходит через точку (2; 10).
7. **Найдите точки экстремума функции:**  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2$ .
8. **Решите уравнение:**  $3^{x+2} + 3^x = 810$ .
9. **Задача.** В коробке находятся 150 разноцветных воздушных шаров. Среди них 34 синих, 26 красных, 14 зеленых, 46 желтых, остальные — фиолетовые и белые, их поровну. Маша наугад достает из коробки один шар. Найдите вероятность того, что он будет не белым.

10. **Задача.** Сторона квадрата равна 4 см. Точка, не принадлежащая плоскости квадрата, удалена от каждой из его вершин на расстояние 6 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости квадрата.

**Экзаменационный билет № 12**

1. Решите уравнение:  $\lg(25x + 60) = 2$ .
2. Выполните действие:  $4^{-5} \times \frac{4^2}{4^{-4}}$ .
3. Решите уравнение:  $2 \sin x + 3 \cos 2x - 3 = 0$ .
4. Вычислите:  $\frac{13}{7} \div \frac{26}{35} - 1,5$ .
5. Решите неравенство:  $8 \times 2^{x-1} - 2^x > 48$ .
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 2x + 2$ .
7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:  
 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  на отрезке  $[4; 3]$ .
8. Решите уравнение:  $3^{x+2} - 5 \times 3^x = 36$ .
9. **Задача.** В квартире установлен прибор учета расхода холодной воды (счетчик). Показания счетчика 1 апреля составляли  $127 \text{ м}^3$  воды, а 1 мая –  $143 \text{ м}^3$ . Сколько нужно заплатить за холодную воду за апрель, если стоимость  $1 \text{ м}^3$  холодной воды составляет 20,2 рублей. (Ответ дайте в рублях)
10. **Задача.** В прямоугольной трапеции ABCD с основанием BC и AD угол  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $AB = 3 \text{ см}$ ,  $BC = CD = 5 \text{ см}$ . Найдите среднюю линию трапеции.

**Экзаменационный билет № 13**

1. Решите уравнение:  $x^2 + 3x - 4 = 0$ .
2. Выполните действие:  $(\sqrt{28} - \sqrt{84}) \div \sqrt{7} + 3\sqrt{3}$ .

3. Решите уравнение:  $3^x - 3^{x+3} = -78$ .
4. Вычислите:  $\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \times \cos\frac{3\pi}{4}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_3(x^2 - 1) < \log_3(x + 1) + 1$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 6\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x} + 3e^x$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = (4x + 3)^6$  в точке  $x_0 = -1$ .
8. Решите уравнение:  $2\cos^2x - 5\cos x + 2 = 0$ .
9. **Задача.** Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 50 дюймам, а ширина экрана – 40 дюймам. Найдите высоту экрана. (Ответ дайте в дюймах)
10. **Задача.** Семья из двух взрослых людей и трех детей отправилась в путешествие по реке на теплоходе. Билет на теплоход для взрослого стоит 3000 рублей, для ребенка делается скидка 25 %. Найдите стоимость всех билетов. (Ответ дайте в рублях)

**Экзаменационный билет № 14**

1. Решите уравнение:  $7^{x-2} = 49$ .
2. Выполните действие:  $\log_5 135 - \log_5 5, 4$ .
3. Решите уравнение:  $\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0$ .
4. Вычислите:  $25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$ .
5. Решите неравенство:  $100^{2x+1} < 0,1$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = 2 \operatorname{ctg} x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

8. Решите уравнение:  $x + 3 = \sqrt{2x + 9}$ .
9. **Задача.** Таксист за месяц проехал 10000 км. Цена бензина 32 руб./л. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 л. Сколько рублей потратит таксист на бензин в этот месяц?
10. **Задача.** В треугольнике ABC угол C =  $90^\circ$ . Угол A =  $60^\circ$ , BC =  $\sqrt{3}$ . Найдите AC.

**Экзаменационный билет № 15**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 - x - 3} = 3$ .
2. Выполните действие:  $2^{\log_2 5} + 81^{\log_9 \sqrt{17}}$ .
3. Решите уравнение:  $(\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1) \times (\operatorname{tg} x - \sqrt{3}) = 0$ .
4. Вычислите:  $0, 1^2 \times 10^4 \times 3^2$ .
5. Решите неравенство:  $\log_2(x^2 + 2x) < 3$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 3x^2 + 1$ , график которой проходит через т. М (1; -2).
7. Вычислите значение производной функции:  
 $f(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} + x$  в точке  $x_0 = \frac{1}{3}$ .
8. Решите уравнение:  $\sqrt{x^4 - 3x - 1} = x^2 - 1$ .
9. **Задача.** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) Площадь балкона в жилом доме	1) 300 мм <sup>2</sup>
Б) Площадь тарелки	2) 3 м <sup>2</sup>
В) Площадь Ладожского озера	3) 17,6 тыс. км <sup>2</sup>
Г) Площадь одной стороны монеты	4) 600 см <sup>2</sup>

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер ее возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10. **Задача.** Детская горка укреплена вертикальным столбом, расположенным посередине спуска. Найдите длину этого столба, если высота горки равна 3,6 м. (Ответ дайте в метрах)

**Экзаменационный билет № 16**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{2x+7} = x+2$ .
2. Выполните действие:  $(2^{\sqrt{27}})^{\sqrt{3}} \times 2^{-3}$ .
3. Решите уравнение:  $3 \cos^2 x - 5 \cos x - 12 = 0$ .
4. Вычислите:  $\int_1^2 3x^3 dx$ .
5. Решите неравенство:  $\log_6(2-x) < \log_6(2x+5)$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 1 + 3e^x - 4 \cos x$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = 3x^3 + 4x - 1$ , в точке  $x_0 = 3$ .
8. Решите уравнение:  $\sqrt[3]{2^x} \times \sqrt[3]{3^x} = 216$ .
9. **Задача.** В вагоне метрополитена находятся 150 человек, 123 из которых направляются на работу. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный человек из данного вагона не едет на работу.
10. **Задача.** Объем конуса равен  $75\pi$ , а его высота равна 9. Найдите радиус основания конуса.

**Экзаменационный билет № 17**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{2x+1} = x-1$ .

2. Выполните действие:  $\log_{\frac{1}{2}} 16 \times \log_5 \frac{1}{25} \div 9^{\log_3 2}$ .
3. Решите уравнение:  $\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$ .
4. Вычислите:  $25^{1,5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_{27}(8 - 3x) \leq \frac{1}{3}$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ .
7. Исследуйте функцию на монотонность:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 4$
8. Решите уравнение:  $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$ .
9. **Задача.** Теплоход прошел расстояние между двумя пристанями по течению реки за **7 часов**, а против течения за **9 часов**. Определите расстояние между пристанями, если скорость течения реки **2 км/ч**.
10. **Задача.** Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны **8 см** и **2 см**, а объем параллелепипеда равен **144 см<sup>3</sup>**. Найдите  $S_{\text{полн}}$  этого параллелепипеда.

**Экзаменационный билет № 18**

1. Решите уравнение:  $2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$ .
2. Выполните действие:  $\log_{\frac{1}{3}} 9 \times \log_2 \frac{\sqrt[3]{2}}{8} \div 7^{2 \log_{49} 2}$ .
3. Решите уравнение:  $10 \times 5^{x-1} + 5^{x+1} = 7$ .
4. Вычислите:  $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$ .
5. Решите неравенство:  $8^{3x^2+x} \geq 1$ .
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $5x$ .

7. Найдите промежутки убывания функции:  $f(x) = x(3 - x^2)$ .
8. Решите уравнение:  $\sqrt{2x - 1} = x - 2$ .
9. **Задача.** В школу для учителей закупили 48 офисных кресел, из них 12 — на колёсиках. Найдите вероятность того, что учителю химии достанется стул без колёсиков.
10. **Задача.** Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна  $\sqrt{13}$  см, а один из катетов равен 3 см.

**Экзаменационный билет № 19**

1. Решите уравнение:  $2x + 4 - \sqrt{x + 2} = 15$ .
2. Выполните действие:  $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ .
3. Решите уравнение:  $36 \cos^2 x + 4 \sin x = 25$ .
4. Вычислите:  $25^{0,3} \times 5^{1,4} \times 625^{0,25}$ .
5. Решите неравенство:  $2^{-x+5} < \frac{1}{4}$ .
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  
 $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = 3 - x$ ,  $x = 0$ .
7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:  
 $f(x) = 0,25x^4 - 2x^2 + 1$  на промежутке  $[-1; 3]$ .
8. Решите уравнение:  $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$ .
9. **Задача.** Для того чтобы поменять кафель на полу в ванной, необходимо закупить плитку. Кафельная плитка продается в пачках по 4 штуки. Сколько пачек кафельной плитки необходимо закупить для того, чтобы покрыть пол в ванной с размерами 2 м на 3 м? Размер одной плитки 25 см на 25 см.

10. **Задача.** Объем конуса равен  $24\pi$  м<sup>3</sup>, а его высота равна 8 м. Найдите радиус основания конуса.

**Экзаменационный билет № 20**

1. Решите уравнение:  $\sqrt{x-1} = x-3$ .
2. Выполните действие:  $-\frac{1}{3} \times \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$ .
3. Решите уравнение:  $\cos 2x - 7\cos x + 4 = 0$ .
4. Вычислите:  $(3\lg 2 - \lg 24) \div (\lg 3 + \lg 27)$ .
5. Решите неравенство:  $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$ .
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:  
 $f(x) = x^2 - 6x + 10$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 3$  и осью абсцисс.
7. Найдите точки экстремума функции:  $f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 6$ .
8. Решите уравнение:  $\log_2(7x-4) = 2 + \log_2 13$ .
9. **Задача.** В канцелярском магазине продаются папки для бумаг четырех цветов. Всего в наличии 36 папок, 10 из них — синие, 13 — красные, 4 — зелёные, а остальные — бордовые. Найдите вероятность того, что выбранная случайным образом папка окажется бордовой.
10. **Задача.** Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 16 см, а боковое ребро — 20 см. Найдите  $S_{бок}$  пирамиды.

**Экзаменационный билет № 21**

1. Решите уравнение:  $(x-4)^2 - x^2 = 0$ .
2. Выполните действие:  $(5 \times 10^5) \times (1,7 \times 10^{-3})$ .
3. Решите уравнение:  $\cos(2\pi - x) + \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \sqrt{2}$ .



4. Вычислите:  $9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_4(7 - x) < 3$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = x^2 - 2$ , график которой проходит через точку (3; 4).
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = 3x^3 + 4x - 1$  в точке  $x_0 = 3$ .
8. Решите уравнение:  $36 \times 216^{3x+1} = 1$ .
9. **Задача.** От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 4 м от земли. Расстояние от дома до столба 12 м. Вычислите длину провода. (Ответ дайте в метрах)
10. **Задача.** Городской бюджет составляет 91 млн. рублей, а расходы на одну из его статей составили 20 %. Сколько млн. рублей потрачено на эту статью бюджета?

**Экзаменационный билет № 22**

1. Решите уравнение:  $(2x - 6)^2 - 4x^2 = 0$ .
2. Выполните действие:  $(2 \times 10^{-1}) \times (1,4 \times 10^3)$ .
3. Решите уравнение:  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{2} \sin x$ .
4. Вычислите:  $5^{\log_5 2} + 36^{\log_6 \sqrt{19}}$ .
5. Решите неравенство:  $2,5^{1-x} > 2,5^{-3x}$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 3x^2 - 5$ , график которой проходит через точку (2; 10).
7. Вычислите значение производной функции:  
 $f(x) = 4\sin x - x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

8. Решите уравнение:  $\sqrt{2x+7} = x+2$ .
9. **Задача.** Килограмм помело на рынке стоит 120 руб., в универмаге неподалёку помело продают на 15 % дороже, но для постоянных покупателей универмаг делает 10 % скидку. Во сколько обойдётся покупка двух килограммов помело в универмаге для постоянного покупателя? Ответ дайте в рублях.

10. **Задача.** В основании **прямой призмы** лежит прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 2 см, а гипотенуза -  $\sqrt{29}$  см. Найдите объём призмы, если ее высота равна 6 см.

**Экзаменационный билет № 23**

1. Решите уравнение:  $x^2 + 11x = -28$ .
2. Выполните действие:  $3 \times (-1)^4 + 5 \times (-1)^6$ .
3. Решите уравнение:  $\cos(3\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$ .
4. Вычислите:  $\frac{\sqrt[3]{49} \times \sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}}$ .
5. Решите неравенство:  $\log_3(5x - 1) > \log_3(2 - 3x)$ .
6. Найдите первообразную функции:  $f(x) = 5x + 7$ , график которой проходит через точку  $(-2; 4)$ .
7. Вычислите значение производной функции:  $f(x) = x^3 \ln x$  в точке  $x_0 = 4$ .
8. Решите уравнение:  $\sqrt{x^2 - 2x - 4} = \sqrt{2x^2 - 6x - 1}$ .
9. **Задача.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 25t$ , где  $x$  - расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  - время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 64 м/с?

10. **Задача.** Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника равны 30 м и 50 м. Найдите длину забора (в метрах), которым нужно огородить участок, предусмотрев проезд шириной 4 м.

**Экзаменационный билет № 24**

1. **Решите уравнение:**  $9x - 2(7x - 5) = -8x - 5$ .
2. **Выполните действие:**  $\frac{\log_5 11^9}{3 \log_5 11}$ .
3. **Решите уравнение:**  $2 \cos^2 x - 7 \cos x = 0$ .
4. **Вычислите:**  $(72^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} \times 36^{\frac{1}{6}} \div 2^{\frac{4}{3}}$ .
5. **Решите неравенство:**  $\log_6(5x - 2) > 3 \log_6 2 + 2$ .
6. **Найдите первообразную функции:**  $f(x) = 5x + x^2$ , график которой проходит через точку (0; 3).
7. **Вычислите значение производной функции:**  $f(x) = 6 \sin x + \operatorname{tg} x$ , в точке  $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ .
8. **Решите уравнение:**  $128 \times 16^{2x+1} = 8^{3-2x}$ .
9. **Задача.** Работа постоянного тока (в Дж) вычисляется по формуле  $A = \frac{U^2 t}{R}$ , где  $U$  – напряжение (в В),  $R$  – сопротивление (в Ом),  $t$  – время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите  $A$  (в Дж), если  $t = 18$  с,  $U = 7$  В,  $R = 14$  Ом.
10. **Задача.** Объем конуса равен  $24\pi$  см<sup>3</sup>, а радиус его основания равен 2 см. Найдите высоту конуса.

**Экзаменационный билет № 25**

1. **Решите уравнение:**  $2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sqrt{2} = 0$ .

2. Выполните действие:  $\log_3 13 - \log_3 117$ .
3. Решите уравнение:  $x^2 - 15 = (x - 15)^2$ .
4. Вычислите:  $\frac{42}{(5\sqrt{21})^2}$ .
5. Решите неравенство:  $8^{2x+1} > 0,125$ .
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ , прямыми  $x = -1$ ;  $x = 3$  и осью абсцисс.
7. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от него до некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону  $S = 1 + 4t - t^2$ , где  $t$  – время движения в секундах. Через какое время после начала движения тело остановится?
8. Решите уравнение:  $\sqrt{18x^2 - 9} = x^2 - 4$ .
9. **Задача.** В магазине канцтоваров продается **132 ручки**: 34 – красные, 39 – зеленые, 5 – фиолетовые, остальные синие и черные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная ручка окажется **черной**.
10. **Задача.** В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$   $m$ .  $O$  – центр основания,  $S$  – вершина.  $SA = 10$ ,  $BD = 16$ . Найдите длину отрезка  $SO$ .

**Экзаменационный билет № 26**

1. Решите уравнение:  $2\sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .
2. Выполните действие:  $\sqrt[3]{16 \times 12 \times 9 \times \frac{1}{125}}$ .
3. Решите уравнение:  $4^x - 7 \times 2^x - 8 = 0$ .
4. Вычислите:  $2\log_5 \sqrt{5} + 3\log_2 8$ .

5. Решите неравенство:  $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$ .
6. Найдите точку максимума:  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 19$ .
7. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 + 2, y = 3$ .
8. Решите уравнение:  $(x + 10)^2 = (x - 9)^2$ .
9. **Задача.** В девятом классе **14 мальчиков** и **11 девочек**. По жребию выбирают одного дежурного по классу. Какова вероятность того, дежурным окажется девочка?
10. **Задача.** В правильной треугольной пирамиде **высота равна 14 см, боковое ребро – 20 см**. Найдите **объем** пирамиды.

#### **Инструкции к выполнению контрольных работ:**

На выполнение контрольной работы отводится 45 мин (1 академический час).

Необходимо внимательно прочитать задание и написать решение в тетради для контрольных работ.

Выполнение работы происходит с решения любого задания. Задание считается выполненным, если соблюдены правила решения того или иного задания и записан ответ (при решении уравнений, неравенств, текстовых задач).

На данном мероприятии можно пользоваться справочниками, учебником и тетрадью с конспектом.

#### **Критерии оценок:**

Оценка «5» ставится за выполнение 100 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «4» ставится за выполнение 75 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «3» ставится за выполнение 50 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «2» ставится за выполнение менее 50 % заданий контрольной работы.

**Практическая работа № 1 «Преобразование выражений, содержащих**

## арифметический корень»

### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $\sqrt{63} \times \sqrt{28}$ ; б)  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{500}$ .
2. Вынести общий множитель за скобки:  
а)  $x^{\frac{1}{2}} + x$ ; б)  $4xy^2 + 2x^3y$ .
3. Найдите значение выражения:  $\sqrt{b} \div \sqrt[6]{b}$  при  $b = 27$
4. Вычислите:  $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $\sqrt{20} \times \sqrt{5}$ ; б)  $\sqrt[4]{324} \times \sqrt[4]{4}$ ;
2. Вынести общий множитель за скобку:  
а)  $(ab)^{\frac{1}{3}} + (ac)^{\frac{1}{3}}$ ; б)  $14a^5b^7 - 7a^2b^3$ ;
3. Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[6]{a}$  при  $a = 0,09$
4. Вычислите:  $\frac{15^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{7}{3}}}{5^{-\frac{1}{3}}}$

### Вариант 3

1. Вычислите: а)  $\sqrt{17} \times \sqrt{2} \times \sqrt{34}$ ; б)  $\frac{\sqrt{7200}}{\sqrt{2000}}$ .
2. Разложите на множители:  
а)  $4m^2 + 12m + 9$ ; б)  $8q^3 + 27$ .
3. Упростите выражение:  $\frac{x^3}{x+y} + \frac{y^3}{x+y}$
4. Вычислите:  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \times 379^0$

### Вариант 4

1. Вычислите: а)  $\sqrt[4]{8 \times 3} \times \sqrt[4]{2 \times 27}$ ; б)  $\sqrt[3]{8 \times 125 \times 27}$ .
2. Сократите дробь:  
а)  $\frac{-63xy^5}{81xy^4}$ ; б)  $\frac{x^2-x-6}{x^2-3x-10}$ ;
3. Упростите выражение:  $(\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{\frac{1}{6}}) \times \sqrt[6]{ab^4}$
4. Вычислите:  $(25^{1+\sqrt{2}} - 5^{2\sqrt{2}}) \times 5^{-1-2\sqrt{2}}$

### Вариант 5

- Вычислите: а)  $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$ ; б)  $\left(\frac{1}{15}\right)^{-1} \div 9^{\frac{1}{2}}$ ;
- Сократите дробь: а)  $\frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn}+n}$ ; б)  $\frac{30a^2c^3}{48a^3c^2}$ .
- Упростите выражение:  $(b^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} \div b^2$
- Вычислите:  $(-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}$

## Практическая работа № 2 «Уравнения и неравенства»

### Вариант 1

1. Решите уравнение:

- $15x + 2(2x - 1) = 10(2x - 3)$
- $3(x - 2) + 7x = 5(x + 3) - 2$
- $3 + (2x - 1) = 5(2x + 3) - 2x$

2. Решите неравенство:

- $3x - 2(5 - x) > 5x + 3$
- $3(x - 2) + 7x \leq 5(x + 3) - 2$

### Вариант 2

1. Решите уравнение:

- $3x + 2(3 - 5x) = 5x - 3$
- $2(3 + x) - 2 = 7 - 6(x + 3)$
- $2 - 5(2 + x) = 3x + (2x + 5)$

2. Решите неравенство

- $x - 2(3 + 2x) < 3x - 1$
- $2(2x - 1) - 3x > 2 - 5(x + 3)$

### Вариант 3

1. Решите уравнение:

- $4x - 2(3 + 2x) = 3x - 1$
- $2(2x - 1) - 3x = 2 - 5(x + 3)$
- $2x - 3(2x - 5) = 2 - (2x + 3)$

2. Решите неравенство:

- $2(5 + x) - 3x > 5(x + 3)$
- $3x - (2 + 7x) \leq 3(2x - 1) + 2$

**Вариант 4**

1. Решите уравнение

а)  $2(5 + x) - 3x = 5(x + 3) - 6$

б)  $3x - 2(2 + 7x) = 3(2x - 1)$

в)  $1 - 6x = 3(2x - 5) + 2x + 7$

2. Решите неравенство

а)  $3x + 2(3 - 5x) \leq 5x - 3$

б)  $2(3 + x) - 2 < 7 - 6(x + 3)$

**Вариант 5**

1. Решите уравнение

а)  $2 - 3(1 + 3x) = 5(x - 4)$

б)  $3 + 2(1 - 6x) = 3 - (2x - 1)$

в)  $3(1 - 6x) - 2 = 2x - 7$

2. Решите неравенство

а)  $x - 2(3x - 2) < 3(x - 1) + 1$

б)  $2x - (1 - 3x) > 2 - (2x + 3)$

**Вариант 6**

1. Решите уравнение

а)  $x - 2(3 - 2x) = 3(x - 1) + 1$

б)  $2x - (1 - 3x) = 2 - (2x + 3)$

в)  $(7 - x) + 2x = 2 - (5x + 3)$

2. Решите неравенство

а)  $2 - 3(1 + 3x) < 5(x - 4)$

б)  $3 + 2(1 - 6x) \geq 3 - (2x - 1)$

**Вариант 7**

1. Решите уравнение:

а)  $3x + (5 + x) = 5(2x + 3) - 9$

б)  $x - 3(x - 2) = 5(x + 3) - 2$

в)  $2(3x + 2) - 1 = 7(x + 3)$

2. Решите неравенство:

а)  $9x + (5 + x) > 5(2x + 3) - 1$

б)  $1 - 3(x - 2) \leq 5(x + 3) - 2x$

**Практическая работа № 3 «Решение систем уравнений и неравенств»**



### Вариант 1

1. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - y = 3, \\ 3x - 2y = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = -5, \\ 3x + y = 9. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 1 > 0, \\ 15 - 3x > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6 - 3x > 0, \\ 5x - 3 > 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $\sqrt{x+2} = 3$ .

### Вариант 2

1. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 4, \\ 5x - 3y = -1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ 3x + y = 7. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + 2 < 0, \\ 7 - 2x > 10; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8 + 3x > 2, \\ 1 - 2x > 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $5x^2 - 8x - 4 = 0$ .

### Вариант 3

1. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 2xy = 5, \\ 2x + y = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x - 2y = 2, \\ 2xy = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 4 < 0, \\ 3x + 1.5 > 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3 - 2x < 0, \\ 6x - 2 > 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $2x^2 - \sqrt{48}x + 6 = 0$ .

### Вариант 4

1. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 5y = -7, \\ x - 3y = -5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 3x - y = 16. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\text{a) } \begin{cases} 2 - 6x < 14, \\ 5x - 21 < 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8 - x > 9, \\ 4 + 6x < 1. \end{cases}$$

3. Упростите выражение:  $(3a - 1)(2a - 3) - 2a(3a + 5)$ .

### Вариант 5

1. Решите систему уравнений:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y = 10, \\ x^2 - 24y = 100; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 4x - 3y = -1, \\ x - 5y = 4. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} 2 + x < 0, \\ 2x + 1 < 0; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3x + 12 < 0, \\ 2x - 1 < 0. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $3(0.5x - 4) + 8.5x = 18$ .

### Вариант 6

1. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} x + y = 5, \\ xy = -14; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 5x - 2y = 4, \\ 35x + 14y = 210. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} 14 + 4x > 0, \\ 3 + 2x < 0; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 5x + 2 > 3x - 1, \\ 3x + 1 > 7x - 4. \end{cases}$$

3. Упростить выражение:  $\left(\frac{4x}{x+2} + 2x\right) * \frac{x+2}{4x^2}$ .

### Вариант 7

1. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} 5x - 2y = 7, \\ 10x + 7y = 3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 + 2y = 33. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} x - 1 \leq 2x + 2, \\ 3x + 5 \leq x + 1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 5x < 4 + 10x, \\ 6x + 1 > 1 + 4x. \end{cases}$$

3. Найдите значение выражения:  $0.2x^3 + x^2 + x$  при  $x = 10$ .

### Вариант 8

1. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y = 2; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x + y = -2, \\ y^2 - 3x = 6. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} 6 - x \geq 1, \\ 4x + 3 \geq -1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x + 4 < 0, \\ -4x > x - 2.5. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $\frac{1}{2}(5x + 2) = \frac{7}{2}(x - 6)$ .

### Вариант 9

1. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} 3x - 5y = 16, \\ 2x + y = 2; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ y - x = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} 5 - 2x > 0, \\ 3x < 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x - 1 \leq 3x - 6, \\ 5x + 1 \geq 0. \end{cases}$$

3. Упростите выражение:  $(x - 2)(x + 4) - 2x(1 + x)$ .

### Вариант 10

1. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} 3x + 5y = 16, \\ 2x + y = 2; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ x - 6y = -2. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$a) \begin{cases} 2x + 7 > 4x - 8, \\ 10 + 4x > 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x - 2 < 2 + 5x, \\ 8x > 15 - 2x. \end{cases}$$

3. Решите уравнение:  $3(0.5x - 4) + 8.5x = 18$ .

### Практическая работа № 4 «Нахождение числовых значений тригонометрических функций через основные тождества»

#### В - 1

1. Вычислите без таблиц:

$$a) \sin 37^\circ \cos 7^\circ - \sin 7^\circ \cos 37^\circ$$

$$б) \cos 52^\circ \cos 8^\circ - \sin 52^\circ \sin 8^\circ$$

2. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{4}{9}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

3. Найдите  $\sin 2\alpha$ ,  $\cos(\alpha + \beta)$ . Если  $\sin \alpha = -\frac{5}{12}$ ,  $\cos \beta = \frac{2}{7}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ,

$$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi.$$

#### В - 2

1. Вычислите без таблиц:

$$a) \sin 12^\circ \cos 78^\circ + \sin 78^\circ \cos 12^\circ$$

б)  $\cos 73^\circ \cos 13^\circ + \sin 73^\circ \sin 13^\circ$

2. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{5}{12}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

3. Найдите  $\cos 2\alpha$ ,  $\sin(\alpha - \beta)$ . Если  $\sin \alpha = -\frac{7}{13}$ ,  $\cos \beta = -\frac{2}{7}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ,

$\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ .

В – 3

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\cos 44^\circ \cos 16^\circ - \sin 44^\circ \sin 16^\circ$

б)  $\sin 152^\circ \cos 62^\circ - \sin 152^\circ \sin 62^\circ$

2. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$  и  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

3. Найдите  $\sin 2\alpha$ ,  $\sin(\alpha + \beta)$ . Если  $\sin \alpha = \frac{3}{7}$ ,  $\cos \beta = -\frac{5}{8}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$

В – 4

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 37^\circ \cos 8^\circ + \sin 8^\circ \cos 37^\circ$

б)  $\cos 52^\circ \cos 22^\circ + \sin 52^\circ \sin 22^\circ$

2. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{6}{13}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

3. Найдите  $\cos 2\alpha$ ,  $\cos(\alpha + \beta)$ . Если  $\cos \alpha = -\frac{7}{12}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ,

$\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$ .

В – 5

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 57^\circ \cos 3^\circ + \sin 3^\circ \cos 57^\circ$

б)  $\cos 42^\circ \cos 18^\circ - \sin 18^\circ \sin 42^\circ$

2. Найдите  $\sin\alpha$ , если  $\cos\alpha = -\frac{4}{11}$  и  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

3. Найдите  $\sin 2\alpha, \sin(\alpha - \beta)$ . Если  $\sin\alpha = \frac{2}{15}, \sin\beta = \frac{1}{4}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

В – 6

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 98^\circ \cos 38^\circ - \sin 38^\circ \cos 98^\circ$

б)  $\cos 52^\circ \cos 7^\circ + \sin 7^\circ \sin 52^\circ$

2. Найдите  $\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha = \frac{2}{9}$  и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

3. Найдите  $\sin 2\alpha, \cos(\alpha + \beta)$ . Если  $\sin\alpha = \frac{1}{5}, \sin\beta = -\frac{3}{8}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$ .

В – 7

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\cos 53^\circ \cos 83^\circ + \sin 53^\circ \sin 83^\circ$

б)  $\sin 28^\circ \cos 27^\circ + \sin 27^\circ \cos 28^\circ$

2. Найдите  $\sin\alpha$ , если  $\cos\alpha = \frac{4}{13}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

3. Найдите  $\cos 2\alpha, \sin(\alpha - \beta)$ . Если  $\sin\alpha = \frac{2}{5}, \sin\beta = \frac{8}{11}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ .

В – 8

1. Вычислите без таблиц:

а)  $\sin 62^\circ \cos 17^\circ - \sin 17^\circ \cos 62^\circ$

б)  $\cos 96^\circ \cos 51^\circ + \sin 51^\circ \sin 96^\circ$

2. Найдите  $\cos\alpha$ , если  $\sin\alpha = -\frac{1}{3}$  и  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

3. Найдите  $\sin 2\alpha, \sin(\alpha + \beta)$ . Если  $\cos\alpha = \frac{2}{5}, \cos\beta = -\frac{5}{9}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi, \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ .

Практическая работа № 5 «Преобразование тригонометрических выражений через формулы приведения, сложения, двойного угла»

Вариант 1 \_\_\_\_\_

Упростите выражение:

- $2\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\cos(\pi + x)$

\_\_\_\_\_

- $\operatorname{ctg} x + 6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 4\operatorname{ctg}(\pi + x)$

\_\_\_\_\_

- $3\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$

\_\_\_\_\_

- $\cos(2\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\cos(\pi + x)$

\_\_\_\_\_

- $5.5 \operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{tg}(\pi + x)$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Вариант 2 \_\_\_\_\_

Упростите выражение:

- $2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}(2\pi + x)$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

•  $\cos x + 8 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(2\pi - x)$

---

---

•  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos x + 7 \cos(2\pi + x)$

---

---

•  $7 \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 6 \cos(\pi - x)$

---

---

•  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 9 \cos x - 2 \cos(2\pi + x)$

---

---

Вариант 3

---

Упростите выражение:

•  $3 \cos x + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

---

---

•  $3 \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(2\pi + x) - 4 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

---

---

•  $3 \sin x + 2 \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---

---

- $3\cos(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$

---



---

- $\operatorname{ctg}(\pi - x) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\operatorname{ctg}(\pi + x)$

---



---

Вариант 4

---

Упростите выражение:

- $2\cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\cos(\pi + x)$

---



---

- $\operatorname{ctg} x + 6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 4\operatorname{ctg}(\pi + x)$

---



---

- $3\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$

---



---

- $\cos(2\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\cos(\pi + x)$

---



---

- $5\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{tg}(\pi + x)$

---



---

Вариант 5

---

Упростите выражение:



$$\bullet 2\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \operatorname{ctg}(\pi + x) + \operatorname{ctg}(2\pi + x)$$

---

---

$$\bullet \cos x + 8\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(2\pi - x)$$

---

---

$$\bullet \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin x + 7\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

---

---

$$\bullet -5\cos x + 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 6\cos(2\pi - x)$$

---

---

$$\bullet \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 9\cos(\pi + x) - 2\cos(2\pi + x)$$

---

---

Вариант 6

---

Упростите выражение:

$$\bullet 3\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 4\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

---

---

$$\bullet 3\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(2\pi + x) - 4\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

---

---

- $3\sin x + 2\sin(2\pi - x) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $\cos(\pi - x) + 7\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 6\cos(\pi + x)$

---



---

- $5\operatorname{ctg}(\pi - x) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\operatorname{ctg}(2\pi - x)$

---



---

Вариант 7

---

Упростите выражение:

- $2\operatorname{tg}(\pi + x) + 3\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

---



---

- $\cos(\pi - x) - 6\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos x$

---



---

- $3\sin x - 2\sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $\operatorname{tg}(2\pi - x) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 5\operatorname{tg}(\pi + x)$

---



---

- $6 \sin x - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(\pi - x)$

---

---

Вариант 8

---

Упростите выражения:

- $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \operatorname{ctg}x + 5 \operatorname{ctg}(\pi - x)$

---

---

- $\cos(\pi - x) + 5 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cos(2\pi + x)$

---

---

- $7 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos x - \cos(2\pi + x)$

---

---

- $3 \operatorname{ctg}x + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 6 \operatorname{ctg}(2\pi - x)$

---

---

- $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cos x + 7 \cos(2\pi + x)$

---

---

Вариант 9

---

Упростите выражение:

- $3 \cos(\pi - x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

---

---

- $3\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}(2\pi + x) - 4\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $3\sin x + 2\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $3\cos(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(\pi + x)$

---

- $\operatorname{ctg}(\pi - x) + 3\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\operatorname{ctg}(\pi + x)$

---



---

Вариант 10

---

Упростите выражение:

- $3\sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

---



---

- $\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}(\pi - x) - 5\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $3\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2\operatorname{tg}(\pi - x) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$

---



---

- $3\cos(\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - 4\cos(\pi + x)$

---



---

- $\sin(\pi + x) + 3\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 3\sin(\pi + x)$

---



---

**Практическая работа № 6 «Решение простейших тригонометрических уравнений»**

**Вариант 1**

Решите уравнение

а.  $\sin x = \frac{1}{2}$

д.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

б.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

е.  $\operatorname{tg} x = 1$

в.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

ж.  $\operatorname{ctg} x = -1$

з.  $\cos x = 0$

г.  $\sin x = -1$

**Вариант 2**

Решите уравнение

а.  $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

д.  $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$

е.  $\sin x = 1$

б.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ж.  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$

в.  $\cos x = 1$

з.  $\cos x = \frac{1}{2}$

г.  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Вариант 3**

Решите уравнение

а.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

б.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

в.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

г.  $\operatorname{ctgx} = -1$

д.  $\cos x = 0$

е.  $\operatorname{tgx} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

ж.  $\operatorname{tgx} = 0$

з.  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

#### Вариант 4

Решите уравнение

а.  $\cos x = \frac{1}{2}$

б.  $\operatorname{ctgx} = \sqrt{3}$

в.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

г.  $\cos x = -1$

д.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

е.  $\operatorname{tgx} = 0$

ж.  $\sin x = -1$

з.  $\operatorname{tgx} = -\sqrt{3}$

#### Вариант 5

Решите уравнение

а.  $\operatorname{ctgx} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

б.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

в.  $\cos x = -1$

г.  $\operatorname{tgx} = \sqrt{3}$

д.  $\operatorname{ctgx} = -\sqrt{3}$

е.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

ж.  $\operatorname{ctgx} = 0$

з.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Вариант 6**

Решите уравнение

а.  $\sin x = -1$

б.  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

в.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

г.  $\operatorname{tg} x = -1$

д.  $\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

е.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

ж.  $\operatorname{ctg} x = 1$

з.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

**Вариант 7**

Решите уравнение

а.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

б.  $\sin x = \frac{1}{2}$

в.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

г.  $\sin x = -1$

д.  $\operatorname{tg} x = 1$

е.  $\operatorname{ctg} x = -1$

ж.  $\cos x = 0$

з.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

### Вариант 8

Решите уравнение

а.  $\operatorname{ctgx} = \sqrt{3}$

б.  $\operatorname{tgx} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

в.  $\cos x = \frac{1}{2}$

г.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

д.  $\cos x = 1$

е.  $\sin x = 1$

ж.  $\operatorname{ctgx} = -\sqrt{3}$

з.  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Практическая работа № 7 «Решение тригонометрических уравнений через квадратные»

### Вариант 1

1. Решите уравнение:

а)  $\cos x = \frac{1}{2}$ ; б)  $\sin \frac{x}{2} = -1$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$ ;

б)  $\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{21} + \cos \frac{\pi}{7} \sin \frac{4\pi}{21}$ .

3. Вычислите:  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{ctg} (-\frac{\pi}{4}) + \cos \frac{3\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}$

4. Решите уравнение:  $4 \cos^2 x + 4 \sin x - 1 = 0$

### Вариант 2

1. Решите уравнение:

а)  $\operatorname{tgx} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ; б)  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

2. Упростите выражение:

а)  $\sin \frac{7\pi}{36} \cos \frac{\pi}{18} + \cos \frac{7\pi}{36} \sin \frac{\pi}{18}$ ;



- б)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(-\beta)$ .
3. Вычислите:  $2 \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 + 7.5 \operatorname{tg}(-\pi) + \frac{1}{8} \cos \frac{3\pi}{2}$
4. Решите уравнение:  $4 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - 6 \cos^2 x = 0$

### Вариант 3

1. Решите уравнение:
- а)  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $2 \cos \frac{x}{3} = \sqrt{3}$
2. Упростите выражение:
- а)  $2 \sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)$ ;  
 б)  $\cos^2 t - (\operatorname{ctg}^2 t + 1) \sin^2 t$ .
3. Вычислите:  $\sin^2 \frac{3\pi}{7} - 2 \operatorname{tg} 1 \operatorname{ctg} 1 + \cos^2\left(-\frac{3\pi}{7}\right) + \sin^2 \frac{5\pi}{2}$
4. Решите уравнение:  $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0$

### Вариант 4

1. Решите уравнение:
- а)  $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$ ; б)  $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Упростите выражение:
- а)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta$ ;  
 б)  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ .
3. Вычислите:  $\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4}$
4. Решите уравнение:  $2 \operatorname{ctg} x - 3 \operatorname{tg} x + 5 = 0$

### Вариант 5

1. Решите уравнение:
- а)  $\sin x = -1$ ; б)  $\cos x = -\frac{1}{2}$ .
2. Упростите выражение:
- а)  $\cos \alpha + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \operatorname{ctg}(\pi + \alpha)$ ;  
 б)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha - 3$ .
3. Вычислите:  $10 \sin \frac{7\pi}{6} \cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right) \operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ .
4. Решите уравнение:  $3 \sin^2 x + \sin x \cos x = 2 \cos^2 x$ .

### Вариант 1

1. Вычислите: а)  $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$ ; б)  $\sqrt[7]{5 - \sqrt{26}} \times \sqrt[7]{5 + \sqrt{26}}$ .
2. Упростите выражение: а)  $\sqrt[3]{\sqrt{a}} + \sqrt[18]{a^3}$ ; б)  $6a^4\sqrt{a^5} \div (3^4\sqrt{a})$ .
3. Упростите выражение и найдите его значение при  $a = 3$ :  $\sqrt{(2 + \sqrt{a})^2 - 8\sqrt{a}}$ .

### Вариант 2

1. Вычислите: а)  $\sqrt[5]{8} \times \sqrt[5]{-4} + \sqrt[6]{(-3)^6}$ ; б)  $\sqrt[9]{6 + \sqrt{35}} \times \sqrt[9]{6 - \sqrt{35}}$ .
2. Упростите выражение: а)  $\sqrt[20]{a^2} - \sqrt[5]{\sqrt{a}}$ ; б)  $2a^3\sqrt[3]{a^4} \times 3\sqrt[3]{a^2}$ .
3. Упростите выражение и найдите его значение при  $a = 3$ :  $\sqrt{(\sqrt{a} - 1)(1 + \sqrt{a}) - 2(\sqrt{a} - 1)}$ .

## Практическая работа № 9 «Решение показательных уравнений и неравенств»

### Вариант 1

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt[3]{2x + 3} = -3$ ;                      б)  $\sqrt{4x + 3} = \sqrt{x^2 + x - 1}$ ;

#### 2. Сократите дробь:

а)  $\frac{15a^2 - 10ab}{8b^2 - 12ab}$ ;                      б)  $\frac{x^2 - 4x}{x^2 + 7x} \div \frac{24 - 6x}{49 - x^2}$ ;

#### 3. Решите уравнение:

а)  $3^x = 81$ ;  
б)  $5^x + 5^{x+2} = 26$ ;  
в)  $(0,5)^{x^2 - 4x + 3} = (0,5)^{2x^2 + x + 3}$ .

### Вариант 2

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2x + 3} = -3$ ;                      б)  $\sqrt{4x + 1} = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$ ;

#### 2. Сократите дробь:

а)  $\frac{4c^2 + 10cd^2}{8c^3 - 25cd^4}$ ;                      б)  $\frac{ab^2 - 16a}{5b^3} \times \frac{20b^5}{a^2b + 4a^2}$ ;

#### 3. Решите уравнение:

а)  $5^x = 125$ ;  
б)  $3^x + 3^{x+1} = 4$ ;  
в)  $(0,2)^{x^2 + 4x - 5} = 1$ .

### Вариант 3

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{4x+1} = 4$ ;

б)  $\sqrt{3x+1} = x-3$ ;

#### 2. Сократите дробь:

а)  $\frac{24x^4+3xy^3}{12x^2+6xy}$ ;

б)  $\frac{7xy}{x^2-4xy+4y^2} \times \frac{3x-6y}{14y^2}$ ;

#### 3. Решите уравнение:

а)  $2^x = 32$ ;

б)  $5^{2x} - 6 \times 5^x + 5 = 0$ ;

в)  $2^{x+3} - 2^{x+1} = 12$ .

### Вариант 4

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2x+3} = -3-2x$ ;

б)  $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$ ;

#### 2. Упростите:

а)  $\frac{5c^3-5}{c+2} \div \frac{(c+1)^2-c}{13c+26}$ ;

б)  $\frac{25x^2-20xy}{16y^2-20xy}$ ;

#### 3. Решите уравнение:

а)  $5^x = 8^x$ ;

б)  $(2\frac{1}{3})^{-x^2-2x+3} = 1$ ;

в)  $3^x + 4 \times 3^{x+1} = 13$ .

### Вариант 5

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt[3]{1-x} = 2$ ;

б)  $\sqrt{6+x-x^2} = 1-x$ ;

#### 2. Упростите:

а)  $\frac{y^3-16y}{2y+18} \div \frac{4-y}{y^2+9y}$ ;

б)  $\frac{9m^2-12mn+4n^2}{3m^3+24n^3} \times \frac{3m+6n}{2n-3m}$ ;

#### 3. Решите уравнение:

а)  $(1,5)^{5x-7} = (\frac{2}{3})^{x+1}$ ;

б)  $2^x + 2^{x-3} = 18$ ;

в)  $4 \times 2^{2x} - 5 \times 2^x + 1 = 0$ .

### Вариант 6

#### 1. Решите уравнение:

а)  $\sqrt{2x+3} = x$ ;

б)  $\sqrt{3x-1} = 1-3x$ ;

#### 2. Вычислите:

$$а) \frac{27^{\frac{1}{3}} - 81^{\frac{1}{4}} \times 5}{36^{-\frac{1}{2}}};$$

$$б) \frac{x^4}{16-5x^2} \text{ при } x = -4;$$

3. Решите уравнение:

$$а) 3^{\sqrt{x-6}} = 3^x;$$

$$б) 5^{3x} + 3 \times 5^{3x-2} = 140;$$

$$в) 9 \times 81^{1-2x} = 27^{2-x}.$$

Вариант 7

1. Решите уравнение:

$$а) \sqrt{3x-1} = -5;$$

$$б) \sqrt[3]{x^3 5x^2 + 16x - 5} = x - 2;$$

2. Упростите: а)  $(\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[4]{b^3})^{12}$ ;

$$б) \frac{(a+b)^2 - 2ab}{4a^2} \div \frac{a^2 + b^2}{ab};$$

3. Решите уравнение:

$$а) 2 \times 4^x = 64;$$

$$б) 64^x - 8^x - 56 = 0;$$

$$в) 5^{3x} + 3 \times 5^{3x-2} = 140.$$

Вариант 8

1. Решите уравнение:

$$а) \sqrt{4+x} = \sqrt{2x-1};$$

$$б) \sqrt[3]{2x+7} = \sqrt[3]{3(x-1)};$$

2. Вычислите:

$$а) (81 \times 16)^{\frac{1}{4}};$$

$$б) \left(\frac{36^3}{125^2}\right)^{\frac{1}{6}};$$

3. Решите уравнение:

$$а) 2^{x^2+4} = 4;$$

$$б) 4^{x+\frac{3}{2}} - 9 \times 2^x + 1 = 0;$$

$$в) 5^{x+1} + 3 \times 5^{x-1} - 6 \times 5^x + 10 = 0.$$

Практическая работа № 10 «Нахождение логарифма, преобразование выражений, содержащих логарифм»

Вариант 1

1. Вычислите:

$$а) \log_{125} 25;$$

$$в) \log_{\frac{1}{125}} 125;$$

$$б) \log_4 \frac{1}{8};$$

$$г) \log_{\sqrt{7}} 49.$$

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$ ;      б)  $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$ ;      в)  $\log_2 \log_3 81$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_6 x = 3$ ;      б)  $\log_x 27 = 3$ .

Вариант 2

1. Вычислите:

а)  $\log_{64} 2$ ;      в)  $\log_{0,1} 0,0001$ ;

б)  $\log_{81} \frac{1}{9}$ ;      г)  $\log_{\sqrt{3}} 1$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$ ;      б)  $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$ ;      в)  $\log_3 \log_2 8$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_5 x = 4$ ;      б)  $\log_2(5 - x) = 3$ .

Вариант 3

1. Вычислите:

а)  $\log_5 625$ ;      в)  $\log_{0,5} 0,125$ ;

б)  $\log_4 \frac{1}{16}$ ;      г)  $\log_{16} 64$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$ ;      б)  $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$ ;

в)  $\log_2 4 \times \log_3 27$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_3(x + 2) = 3$ ;      б)  $\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$ .

Вариант 4

1. Вычислите:

а)  $\log_{\sqrt{2}} 1$ ;      в)  $\log_3 3$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{3}} 81$ ;      г)  $\log_{0,5} \frac{1}{2}$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$ ;      б)  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ;      в)  $\frac{1}{3} \log_9 \log_2 8$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_{\frac{1}{6}}(0,5 + x) = -1$ ;      б)  $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$ .

Вариант 5

1. Вычислите:

а)  $\log_7 \frac{1}{343}$ ;      в)  $\log_{\frac{1}{3}} 81$ ;

б)  $\log_4 256$ ;

г)  $\log_{11} 1$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{7}} 7$ ;    б)  $\frac{\log_3 32}{\log_3 2}$ ;    в)  $\log_{27} \log_{10} 1000$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_4 x = \log_{0,5} \sqrt{2}$ ;

б)  $\log_5(3x + 1) = 2$ .

Вариант 6

1. Вычислите:

а)  $\log_3 \frac{1}{81}$ ;

в)  $\log_{\sqrt{2}} 4$ ;

б)  $\log_5 5\sqrt{5}$ ;

г)  $\log_9 \frac{1}{27}$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_6 2 + \log_6 3$ ;    б)  $\frac{\log_9 32}{\log_9 4}$ ;    в)  $\log_{1,5} \log_4 8$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_4(2x - 3) = 1$ ;

б)  $\log_4 x = -3$ .

Вариант 7

1. Вычислите:

а)  $\log_3 9$ ;

в)  $\log_5 \sqrt{5}$ ;

б)  $\log_{32} 2$ ;

г)  $\log_{64} 128$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$ ;    б)  $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$ ;    в)  $\log_2 \log_2 \log_2 2^{16}$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_5(3x + 1) = 2$ ;

б)  $\log_4 x = -3$ .

Вариант 8

1. Вычислите:

а)  $\log_5 0,04$ ;

в)  $\log_{81} 27$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{3}} 9$ ;

г)  $\log_7 1$ .

2. Найдите значение выражения:

а)  $\log_6 2 - \log_6 \frac{1}{3}$ ;    б)  $\frac{\log_5 2}{\log_5 6}$ ;    в)  $\log_{\frac{1}{4}} (\log_3 4 \times \log_2 3)$ .

3. Решите уравнение:

а)  $\log_2(1 - 3x) = 3$ ;

б)  $\log_{\sqrt{2}} x = 4$ .

## Практическая работа № 11 «Решение логарифмических уравнений, неравенств»

### Вариант 1

1. Решите уравнение:

а)  $\log_6 x = 3$ ;

в)  $\log_2 x + \log_2(x - 3) = 2$ ;

б)  $\log_2(5 - x) = 3$ ;

г)  $\log_3(x + 3) = \log_3(x^2 + 2x - 3)$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\log_3(7 - 3x) > \log_3(6x + 12)$  б)  $\log_{0,2}(14 + 2x) < \log_{0,2}(3 - x)$ .

### Вариант 2

1. Решите уравнение:

а)  $\log_4(2x - 3) = 1$ ; в)  $\log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{7}} x = 1$ ;

г)  $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$

2. Решите неравенство:

а)  $\log_{0,6}(8 - 4x) > \log_{0,6}(3x + 15)$  б)  $\log_3(2 + 13x) \leq \log_3(6 + 12x)$ .

### Вариант 3

1. Решите уравнение:

а)  $\log_x 81 = 4$ ;

в)  $\log_4(x^2 - 6x) = 2$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{4}}(2x - 1) = -1$ ;

г)  $\log_4 x + \log_4(x - 6) = 2$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\log_{0,3}(5 + 2x) \geq \log_{0,3}(x + 2)$  б)  $\log_8(1 - 2x) < \log_8(3 + 2x)$ .

### Вариант 4

1. Решите уравнение:

а)  $\log_5 x = 4$ ;

в)  $\log_3(x + 2) + \log_3 x = 1$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{6}}(0,5 + x) = -1$ ;

г)  $\lg(x^2 - 2x) = \lg 30 - 1$ .

2. Решите неравенство:

а)  $\log_7(18x - 4) > \log_7(5x + 15)$  б)  $\log_{0,4}(12 - 3x) \leq \log_{0,4}(4 + 12x)$ .

## Практическая работа № 12 «Задачи на нахождение приращения функции и аргумента»

### Вариант 1

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3 - 2x$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x = 0,5$ .

2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x^3 - 4$ ,  
 $\Delta x = 0,3$ ,  $x_0 = 2$
3. Стороны треугольника равны 5, 7, 8 см. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 3 см, а большую уменьшить на 2 см.

#### Вариант 2

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 4x + 2$ ,  
 $x_0 = -1$ ,  $x = 0,3$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 2x^2 + 1$ ,  
 $\Delta x = 0,7$ ,  $x_0 = 3$
3. Стороны треугольника равны 6, 9, 13 см. Найдите приращение его периметра, если среднюю сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 5 см.

#### Вариант 3

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 5 + 2x$ ,  
 $x_0 = 3$ ,  $x = 1,2$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 3x^2 - 2$ ,
3. Стороны трапеции равны 5, 7, 8, 6 см. Найдите приращение её периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 см, а большую уменьшить на 4 см.

#### Вариант 4

1. Найдите приращение  $\Delta f$  и  $\Delta x$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = 4x^2 - 3$ ,  
 $x_0 = 3$ ,  $x = 2,3$ .
2. Найдите приращение функции  $f$  в точке  $x_0$ , если  $f(x) = x + 1$ ,  
 $\Delta x = 1,5$ ,  $x_0 = 4$
3. Стороны параллелограмма равны 8 и 13 м. Найдите приращение его периметра, если меньшую сторону увеличить на 5 м, а большую уменьшить на 6 м.

### **Практическая работа № 13 «Нахождение производной. Вычисление производной степенной функции»**

#### **Вариант 1**

1. Найдите производную функции:



1.  $f(x) = 3x^8 + 2x^7 - 3x^2 - 422$ .  $f(x) = \sqrt{x} + 2x^{-3} + 5x + \sqrt[5]{7}$

3.  $f(x) = \log_4 x \cdot (x^3 - 3x^4)$

4.  $f(x) = 7^x \cdot (x^4 + 8x)$

5.  $f(x) = e^x \cdot \ln x$

6.  $f(x) = \sin^2 x - 3$

7.  $f(x) = \frac{x^4 + 3x}{x^2 - 1}$  2. Найдите производную функции в точке  $x_0$ , если

1.  $f(x) = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = 3x^2 - 4x$ ,  $x_0 = -2$

3.  $f(x) = 4\sqrt{x} - x^2$ ,  $x_0 = 4$

## Вариант 2

### 1. Найдите производную функции:

1.  $f(x) = 2x^7 - 4x^5 + 3x - 7$

2.  $f(x) = 6x + 2\sqrt{x} - 3x^8 + 3$

3.  $f(x) = e^x \cdot (5x^2 + 3x)$

4.  $f(x) = 2 \sin x + 2 \cos x + 8x^6$

5.  $f(x) = (7x^4 + x^3) \cdot \log_3 x$

6.  $f(x) = \ln^2 x + 4$

7.  $f(x) = \frac{3x^7 + x}{\ln x}$

### 2. Найдите производную функции в точке $x_0$ , если:

1.  $f(x) = \cos x - \operatorname{ctg} x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{4}$

2.  $f(x) = 3^x - 8x^2$ ,  $x_0 = -1$

3.  $f(x) = 4 \log_2 x - x^3, \quad x_0 = 2$

**Практическая работа № 14 «Вычисление углового коэффициента»**

**Вариант 1**

1. Найдите  $\operatorname{tg}$  угла наклона касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = 3x^2 - 12x + 5, \quad x_0 = -1$ ;

б)  $f(x) = 4 \cos x + x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$ ;

2. Найдите  $f(x)$ , если:

а)  $f(x) = (3x - 5)^3 + \frac{1}{(3-x)^2}, \quad x_0 = 2$ ;

б)  $f(x) = \sin 2x - \operatorname{tg} x, \quad x_0 = 0$ ;

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в т.  $M(-3; 9)$ :

$$f(x) = 2x^2 + \frac{1}{3}x^3, \quad M(-3; 9).$$

**Вариант 2**

1. Найдите  $\operatorname{tg}$  угла наклона касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = 2x^2 + 8x - 3, \quad x_0 = -3$ ;

б)  $f(x) = 4x - 3 \sin x, \quad x_0 = \pi$ ;

2. Найдите  $f(x)$ , если:

а)  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad x_0 = \frac{\pi}{8}$ ;

б)  $f(x) = (3x - 2)^5, \quad x_0 = 1$ ;

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}, \quad x_0 = 2.$$

**Вариант 3**

1. Найдите  $\operatorname{tg}$  угла между касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3, \quad x_0 = \frac{1}{2}$ ;

б)  $f(x) = \frac{18}{\sqrt{x}}, \quad x_0 = 3$ ;

2. Найдите  $f(x)$ , если:

а)  $f(x) = (x^2 + 3x - 4)^5 - \sin \pi x, \quad x_0 = 1$ ;

б)  $f(x) = 2 - 2 \cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6}$ ;

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если:

$$f(x) = \frac{1}{(2x-1)^2}, \quad x_0 = 1.$$

#### Вариант 4

1. Найдите угол между касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = x^6 - 4x, \quad x_0 = 1;$

б)  $f(x) = 10 - \cos x, \quad x_0 = \frac{3\pi}{2},$

2. Найдите  $f(x)$ , если:

а)  $f(x) = x^2 + 2x - 1, \quad x_0 = 0;$

б)  $f(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$

3. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ , если:

$$f(x) = x^2 - 3x + 5, \quad x_0 = -1.$$

#### Практическая работа № 15 «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции»

##### Вариант 1

1. Найдите производную:

а)  $f(x) = x^3 + e^x - \cos 3x;$

б)  $f(x) = x^4 - 2x - \frac{1}{x};$

2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = x^2, \quad x_0 = -1;$

б)  $f(x) = \cos x, \quad x_0 = 0;$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

$$f(x) = x^2 - 8x + 2 \text{ на } [3; 5].$$

##### Вариант 2

1. Найдите производную:

а)  $f(x) = -3\cos x + 2\sin x;$

б)  $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^7;$

2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad x_0 = 2;$

б)  $f(x) = -\cos x, \quad x_0 = 0;$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

$$f(x) = x^2 - 2x - 1 \text{ на } [0; 2].$$

### Вариант 3

1. Найдите производную:

а)  $f(x) = 1 + 2\sqrt{x}$ ;

б)  $f(x) = \sin x - \cos x$ ;

2. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = -x^2$ ,  $x_0 = 1$ ;

б)  $f(x) = \sin x$ ,  $x_0 = 0$ ;

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

$f(x) = x^2 - 6x + 1$  на  $[2; 4]$ .

### Вариант 4

1. Найдите производную:

а)  $f(x) = 3\sin x + \operatorname{ctg} x$ ;

б)  $f(x) = (4x - 9)^7$ ;

2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

а)  $f(x) = \cos x$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ ;

б)  $f(x) = x^2$ ,  $x_0 = 2$ ;

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$  на  $[-6; -1]$ .

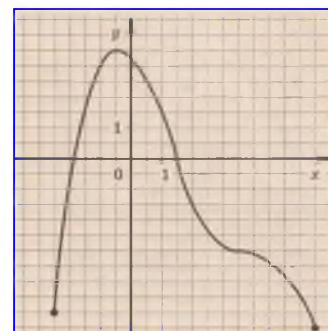
### Практическая работа № 16 «Исследование графика с помощью производной»

#### Исследование функции по графику

1(4) Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком. (рис 1).

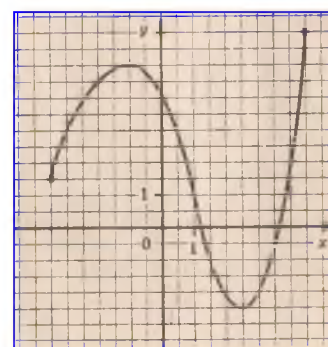
Укажите:

- а) область определения функции;
- б) промежутки возрастания и убывания функции;
- в) при каких значениях  $x$   $f(x)=0$
- г) наибольшее и наименьшее значения функции
- д) при каких значениях  $x$   $-4 < f(x) < 2$



2(4) Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком. (рис 2).

Укажите:

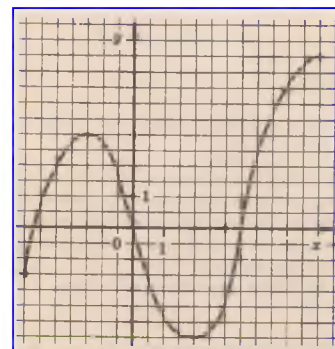


- а) область определения функции;
- б) нули функции;
- в) промежутки возрастания и убывания функции
- г) наибольшее и наименьшее значения функции;
- д) при каких значениях  $x$   $f(x) < -2$

**3(4)** Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком. (рис 3).

Укажите:

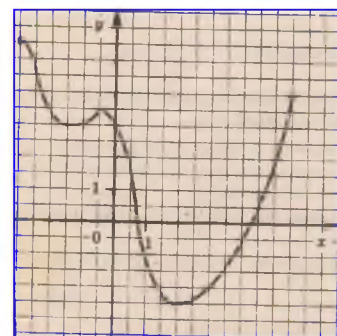
- а) область определения функции;
- б) при каких значениях  $x$  —  $2,5 \leq f(x) \leq 1,5$ ;
- в) промежутки, на которых  $f'(x) > 0$ ,  $f'(x) < 0$
- г) точки экстремума функции;
- д) наибольшее и наименьшее значения функции;



**4(4)** Функция  $y=f(x)$  задана своим графиком. (рис 4).

Укажите:

- а) область определения функции;
- б) нули функции;
- в) промежутки возрастания и убывания функции
- г) наибольшее и наименьшее значения функции;
- д) при каких точках графика касательные к нему параллельны оси абсцисс.



### **Практическая работа № 17 «Нахождение первообразной. Нахождение первообразной в точке»**

#### **Вариант 1**

**1. Найдите первообразную:**

а)  $f(x) = x^4$ ;                                      б)  $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ ;

**2. Найдите первообразную функции в точке:**

а)  $f(x) = 2x + 3$ ,  $M(1; 2)$ ;   б)  $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$ ,  $M(-1; 0)$

**3. Найдите первообразную:**

а)  $f(x) = 12x^{10} + 3x^7$ ;                      б)  $f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$ .

#### **Вариант 2**

**1. Найдите первообразную:**

а)  $f(x) = x^{-3}$ ;                      б)  $f(x) = 3\cos x - 4\sin x$ ;

2. Найдите первообразную функции в точке:

а)  $f(x) = x$ ,  $M(-1; 3)$ ;      б)  $f(x) = 5x + 7$ ,  $M(-2; 4)$

3. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = x^{13} + x^{18}$ ;              б)  $f(x) = -4\cos x + \frac{2}{\sin^2 x}$ .

**Вариант 3**

1. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = 5x^2 - 1$ ;                      б)  $f(x) = \frac{1}{x^2} - 4\sin x$ ;

2. Найдите первообразную функции в точке:

а)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $M(\frac{\pi}{4}; 0)$ ;              б)  $f(x) = \cos 3x$ ,  $M(0; 0)$

3. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = 4x^3 - 6x^2$ ;                      б)  $f(x) = \frac{4}{\sin^2 x} - \frac{9}{\cos^2 x}$ .

**Вариант 4**

1. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = \frac{7}{x^2}$ ;                              б)  $f(x) = 4x^{10}$ ;

2. Найдите первообразную функции в точке:

а)  $f(x) = \sin x$ ,  $M(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{4})$ ;              б)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $M(9; 10)$

3. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$ ;              б)  $f(x) = 12x^{10} + 3x^7$ .

**Вариант 5**

1. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = 6x^2 - 4x + 3$ ;                      б)  $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x}$ ;

2. Найдите первообразную функции в точке:

а)  $f(x) = 3x - 5$ ,  $M(4; 10)$ ;              б)  $f(x) = 4 - x^2$ ,  $M(-3; 10)$

3. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = (1 + 2x)(x - 3)$ ;              б)  $f(x) = (3x - 2)\sqrt[3]{x}$ .

**Вариант 6**

1. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = 5x^4 + 2x^3$ ;                      б)  $f(x) = (x - 2)^3$ ;

2. Найдите первообразную функции в точке:

а)  $f(x) = 3x^2 - 5$ ,  $M(2; 10)$ ;              б)  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $M(\frac{\pi}{4}; -1)$

3. Найдите первообразную:

а)  $f(x) = -9x^{19}$ ;

б)  $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ .

### Практическая работа № 18 «Цилиндр»

**Цель:** Развить и сформировать умения определять виды цилиндров, находить полную поверхность и объем цилиндра.

**Знать:**

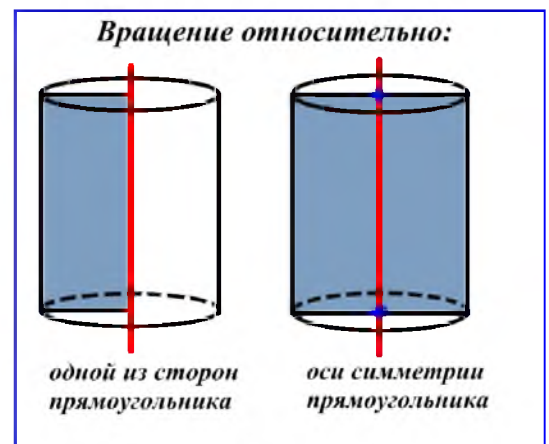
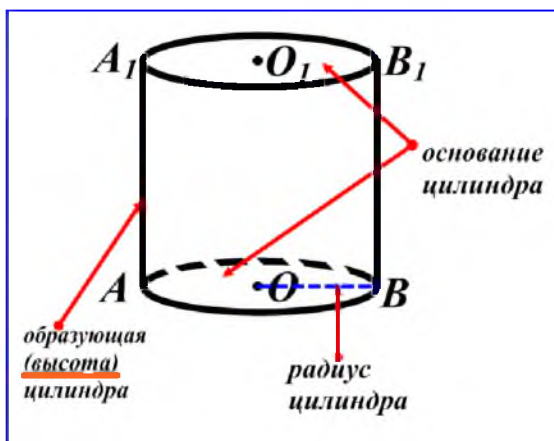
- Определение тела вращения «Цилиндр»;
- Основные элементы тела вращения «Цилиндр»;
- Формулы для нахождения полной поверхности, объема цилиндра.

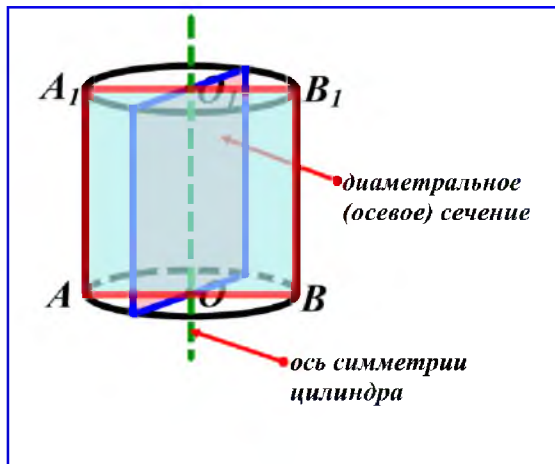
**Уметь:**

- Определять виды цилиндров по заданному условию;
- Чертить виды цилиндров относительно прямой вращения, проходящей через сторону прямоугольника или ось прямоугольника;
- Применять формулы для полной поверхности, объема цилиндра
- Решать практические задачи на применение формул полной поверхности, объема цилиндра.

### Пояснения к работе

Для решения практических задач на тело вращения «Цилиндр» необходимо открыть справочный материал, который содержит таблицу «Виды цилиндров» и формулы для вычисления полной поверхности пирамиды, боковой поверхности пирамиды, объема пирамиды (СМ 2 курс).



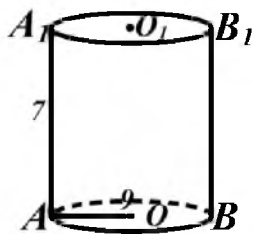


### Образец решения задач

**Задача 1.** Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра, радиус основания которого 9 см, а высота на 2 см меньше радиуса.

#### Решение:

Сделаем сначала чертеж цилиндра, отметим на нем заданные элементы.



**Дано :**  
 $ABA_1B_1$  – цилиндр  
 $\emptyset AB$  – основание  
 $AA_1 \perp AB$   
 $OA(R) = 9 \text{ см}$

$AA_1(H) = 9 - 2 = 7 \text{ см}$

**Найти :**  $S_{пп} = ?$

#### Решение:

Полная поверхность цилиндра вычисляется по формуле:  $S_{пп} = 2S_{осн} + S_{бок}$

Вычислим площадь основания по формуле:

$$S_{осн} = \pi R^2$$

$$S_{осн} = \pi \cdot 9^2 = 81\pi \text{ см}^2$$

$$S_{бок} = 2\pi RH$$

Вычислим площадь боковой поверхности по формуле:

Для нахождения площади боковой поверхности надо знать элементы: радиус и высоту цилиндра. Оба элемента известны, тогда:  $S_{бок} = 2\pi \cdot 9 \cdot 7 = 126\pi \text{ см}^2$

$$S_{бок} = 2\pi \cdot 9 \cdot 7 = 126\pi \text{ см}^2$$

Вычислим полную поверхность цилиндра

$$S_{пп} = 2S_{осн} + S_{бок}$$

$$S_{пп} = 2 \cdot 81\pi + 126\pi = 162\pi + 126\pi = 288\pi \text{ см}^2$$

Вычислим объем цилиндра по формуле:  $V = S_{осн}H$

Площадь основания нам известна, высота так же, можно найденные параметры подставить в формулу, получим:

$$V = 81\pi \cdot 7 = 567\pi \text{ см}^3$$

$$\text{Ответ: } S_{пп} = 288\pi \text{ см}^2, V = 567\pi \text{ см}^3$$



### Задания

1. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра, радиус основания которого 7см, а высота 8см.
2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра, радиус основания которого 6см, а высота на 3см больше радиуса.
3. Найдите объем цилиндра, диаметр основания которого 10см, а высота на 2см больше радиуса.
4. Прямоугольник со сторонами 6см и 8см вращается относительно:
  - 1) большей стороны;
  - 2) меньшей стороны
  - 3) оси параллельной большей стороне;
  - 4) оси проходящей через середины больших сторон.

Найдите  $S_{\text{пп}}$ , и  $V$  цилиндра.

5. Площадь основания равностороннего цилиндра равна  $25\pi \text{ см}^2$ . Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
6. Длина окружности основания равностороннего цилиндра 48 см. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
7. Радиус основания цилиндра 3м, высота цилиндра 8 м. Найдите:
  - 1) Площадь осевого сечения цилиндра;
  - 2) Площадь основания цилиндра;
  - 3) Объем цилиндра.
8. Осевое сечение цилиндра прямоугольник стороны его 5см и 6см. Найдите площадь полной поверхности и объем цилиндра.
9. Сколько потребуется краски для 5 бочек высотой 1м и диаметром 0,5м, если на  $1\text{дм}^2$  уходит 12г краски?

### **Вариант 4(7)**

Радиус основания цилиндра равен 4см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объем цилиндра.

### **Вариант 11(7)**

Площадь осевого сечения цилиндра равна  $20\text{см}^2$ . Найдите площадь его боковой

поверхности.

### **Вариант 18(7)**

Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.

### **Вариант 37(7)**

Радиус основания цилиндра равен 8 см, площадь боковой поверхности вдвое меньше площади основания. Найдите объем цилиндра.

### **Вариант 38(7)**

Площадь осевого сечения цилиндра равна  $108\text{см}^2$ , а его образующая в три раза меньше диаметра основания. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

## **Практическая работа № 19 «Решение задач на нахождение площади и объема конуса»**

### **Вариант 1**

1. Осевое сечение конуса – равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой 12 см. Найдите  $S_{\text{полн}}$  конуса.
2. Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите  $V$  конуса.

### **Вариант 2**

1. Осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник с углом  $120^\circ$  и равными сторонами по 16 см. Найдите  $S_{\text{полн}}$  конуса.
2.  $S_{\text{бок}}$  конуса равна  $20\pi\text{см}^2$ ,  $S_{\text{осн}}$  на  $4\pi\text{см}^2$  меньше. Найдите  $V$  конуса.

### **Вариант 3**

1. Найдите  $S_{\text{полн}}$  усеченного конуса, если он образован вращением прямоугольной трапеции с основаниями 13 см и 18 см вокруг меньшей стороны, равной 12 см.
2. Найдите  $V$  тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 см и острым углом  $30^\circ$  вокруг меньшего катета.

### **Вариант 4**

1. Найдите  $S_{\text{полн}}$  усеченного конуса, если площади его оснований равны  $25\pi\text{см}^2$  и  $64\pi\text{см}^2$ , а  $S_{\text{осев.сеч}} = 52\text{см}^2$ .
2. Радиус основания конуса равен 5 см, а его образующая – 13 см. Найдите  $V$  конуса.

### Вариант 5

1. Найдите  $S_{\text{бок}}$  тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 3 см и противолежащим углом  $30^\circ$  вокруг большего катета.
2. Найдите радиусы оснований усеченного конуса, если  $S_{\text{бок}} = 208\pi\text{см}^2$ ,  $l = 13\text{см}$ ,  $h = 5\text{см}$ .

### Вариант 6

1. Высота конуса 12 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите  $S_{\text{полн}}$  конуса.
2. Образующая конуса равна 12 см и составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите  $V$  конуса.

### Вариант 7

1. Найдите  $S_{\text{полн}}$  тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг большего катета.
2. Высота конуса равна 5 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите  $V$  конуса.

### Вариант 8

1. Найдите  $S_{\text{бок}}$  тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетами 4 см и 7 см вокруг большего катета.
2. Образующая конуса равна 4 см, а угол при вершине осевого сечения равен  $30^\circ$ . Найдите  $V$  конуса.

## Практическая работа № 20 «Шар. Сфера»

**Цель:** Сформировать и развить умения различать тела вращения: шар или сфера, находить полную поверхность и объем шара или сферы.

### Знать:

- Определение тела вращения «Шар» «Сфера»;
- Определение касательной плоскости и ее признаки;
- Основные параметры тел вращения «Шар» «Сфера»;
- Формулы для нахождения полной поверхности, объема шара или сферы;

### Уметь:

- Определять различать тела вращения «Шар», «Сфера», по заданному условию;
- Применять правила, теоремы касательной плоскости;
- Применять формулы для нахождения поверхности и объема шара и сферы;

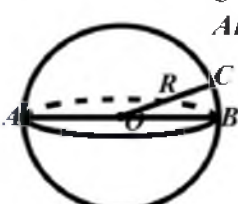
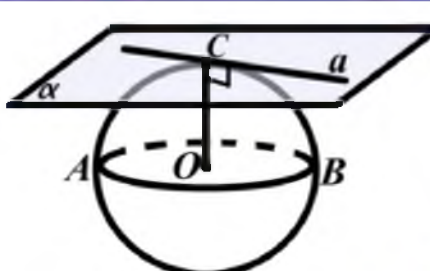
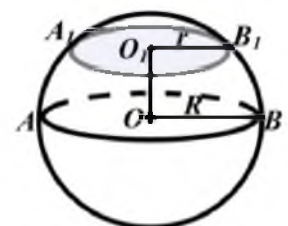

- Решать практические задачи на применение формул полной поверхности, объема шара и сферы.

### Пояснения к работе

Для решения практических задач на тела вращения «Шар», «Сфера», необходимо открыть справочный материал, который содержит таблицу:

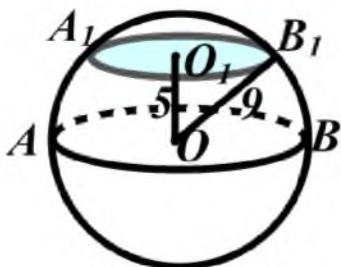
- Основные элементы шара, сферы;
- Признак касательной плоскости;
- Формулы для вычисления шаровой поверхности и объема шара и сферы (СМ 2 курс).

### **Основные элементы и формулы шара**

<p><b>Основные элементы шара</b></p> <p><math>OC</math> - радиус <math>AB</math> (<math>d</math>) - диаметр</p> 	
 <p><math>R^2 = OO_1^2 + r^2</math></p>	<p><b>Основные формулы шара</b></p>  <p><math>S = 4\pi R^2</math> <math>V = \frac{4}{3}\pi R^3</math> <math>C_{AB} = 2\pi R</math> <math>S_{AB} = 2\pi R^2</math> <math>C_{A_1B_1} = 2\pi r</math> <math>S_{A_1B_1} = 2\pi r^2</math></p>

Образец решения задач

**Задача 1.** Радиус сферы равен 9 см. Найдите длину линии пересечения сферы плоскостью, находящейся на расстоянии 5 см от центра шара.



Дано:

$\emptyset AB$  – сфера  
 $\emptyset A_1B_1$  – сечение  
 $OB_1 (R) = 9 \text{ см}$   
 $OO_1 = 5 \text{ см}$

Найти:  $C_{A_1B_1}$

**Решение:**

Длина окружности  $A_1B_1$  вычисляется по формуле:  $C_{A_1B_1} = 2\pi r$ .

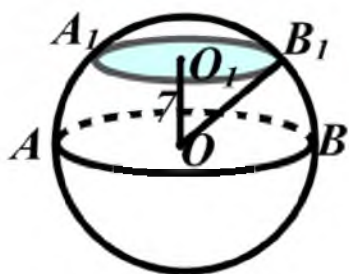
Чтобы ее найти необходимо, знать радиус этого сечения. Найдем радиус сечения.

Из  $\triangle OO_1B_1$  по теореме Пифагора

$$\begin{aligned} OO_1^2 + r^2 &= R^2 \\ 5^2 + r^2 &= 9^2 \\ 25 + r^2 &= 81 \\ r^2 &= 81 - 25 \quad r^2 = 56 \quad r = \sqrt{56} \end{aligned} \quad \Rightarrow C_{A_1B_1} = 2\pi\sqrt{56} = 2\sqrt{56}\pi \text{ Ответ:}$$

$$C_{A_1B_1} = 2\sqrt{56}\pi$$

**Задача 2.** Площадь шара равна  $144\pi \text{ см}^2$ . Найдите площадь поверхности шара, если известно, что сечение отстоит от центра шара на расстоянии 7 см.



Дано:

$\emptyset AB$  – сфера  
 $\emptyset A_1B_1$  – сечение  
 $S_{A_1B_1} = 114\pi \text{ см}^2$   
 $OO_1 = 7 \text{ см}$

Найти:  $S_{\text{ш}}$

**Решение:**

Площадь полной поверхности шара вычисляется по формуле:  $S_{\text{ш}} = 4\pi R^2$ .

Чтобы ее найти необходимо, знать радиус данного шара. Найдем радиус шара.

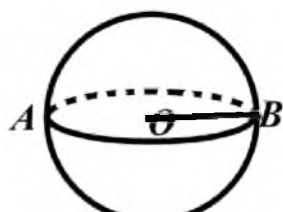
$$\text{Так как } S_{A_1B_1} = \pi r^2 \Leftrightarrow 144\pi = \pi r^2 \quad r^2 = 144 \quad r = 12 \text{ см}$$

Из  $\triangle OO_1B_1$  по теореме Пифагора

$$\begin{aligned} OO_1^2 + r^2 &= R^2 \\ 7^2 + 12^2 &= R^2 \\ 49 + 144 &= R^2 \\ R^2 &= 193 \quad R = \sqrt{193} \\ S_{\text{ш}} &= 4\pi R^2 = 4\pi\sqrt{193}^2 = 4\pi \cdot 193 = 772\pi \text{ см}^2 \text{ Ответ: } S_{\text{ш}} = 772\pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

**Задача 3.** Найдите объем шара, если площадь поверхности его равна  $16\pi \text{ см}^2$ .

Дано:



$\emptyset AB$  – сфера

$$S_{\text{пл}} = 16\pi \text{ см}^2$$

Найти:  $V$

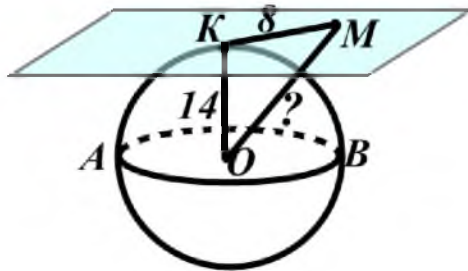
**Решение:**

Объем шара вычисляется по формуле:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . Найдем радиус шара.

$$\text{Так как } S_{\text{пл}} = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 16\pi = 4\pi R^2 \quad R^2 = 4 \quad R = 2 \text{ см}$$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8 = \frac{32}{3}\pi \text{ Ответ: } V = \frac{32}{3}\pi$$

**Задача 4.** В плоскости, касательной к сфере радиуса 14 см, выбрана точка  $M$  на расстоянии 8 см от точки касания. Найдите расстояние от точки  $M$  до центра сферы.



$\emptyset AB$  – сфера

$\alpha$  – касательная плоскость в точке  $K$

$M \in \alpha$

$KO(R) = 14 \text{ см}$

$KM = 8 \text{ см}$

Найти:  $OM$

**Решение:** По признаку касательной плоскости  $OK \perp KM$ . Значит треугольник КОМ – прямоугольный.

Из  $\triangle КОМ$  по теореме Пифагора

$$KM^2 + OK^2 = MO^2$$

$$8^2 + 14^2 = MO^2$$

$$64 + 196 = MO^2$$

$$MO^2 = 260 \quad MO = \sqrt{260} = 2\sqrt{65} \text{ см}$$

$$\text{Ответ: } MO = 2\sqrt{65} \text{ см}$$

**Задача 5.** Какой диаметр должен иметь пробковый шарик, чтобы его масса была равна 4 г, если плотность пробки 0,25 г/см<sup>3</sup> ( $m = V\rho$  г/см<sup>3</sup>).

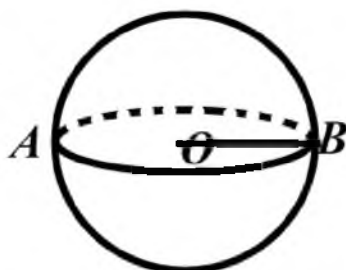
Дано:

$\emptyset AB$  – шар

$m = 4 \text{ г}$

$\rho = 0,25 \text{ г/см}^3$

Найти:  $AB$



**Решение:**

$$\text{Так как } m = V\rho \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{4}{0.25} = 16 \text{ см}^3$$

Так как

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

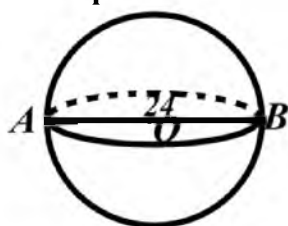
$$16 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = 16 : \frac{4}{3}\pi = 16 : \frac{4}{3} \cdot 3 = 4$$

$$R = \sqrt[3]{4}$$

$$AB = 2d \Rightarrow AB = 2\sqrt[3]{4} \text{ Ответ: } AB = 2\sqrt[3]{4}$$

**Задача 6.** Сколько кожи потребуется для изготовления мяча диаметром 24 см, если на обрезки и швы идет 8 % материала?



Дано:

$\emptyset AB$  – шар

$AB(d) = 24 \text{ см}$  -

расход ткани - 8%

Найти:  $S_{nn}$

**Решение:** Так как  $d = 2R$ , то  $24 = 2R \Rightarrow R = 12 \text{ см}$

$$S_{nn} = 4\pi R^2 \Rightarrow S_{nn} = 4\pi \cdot 12^2 = 576 \cdot 3 = 1728 \text{ см}^2$$

Расход на швы составляет 8%, значит найденная площадь, равна 92%. Составим пропорцию:

$$x \text{ см}^2 \rightarrow 100\%$$

$$1728 \text{ см}^2 \rightarrow 92\%$$

$$\text{Ответ: } x = 1763,3 \text{ см}^2$$

$$x = \frac{1728 \cdot 100}{92} = 1763,3$$

**Задания:**

1. Радиус сферы равен 13 см. Найдите длину линии пересечения сферы плоскостью, находящейся на расстоянии 12 см от центра шара.
2. Диаметр сферы равен 50 см. Найдите линию пересечения сферы плоскостью, отстоящей от ее центра на расстоянии 15 см.

3. Площадь сечения шара равна  $196\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите площадь поверхности шара, если известно, что сечение отстоит от центра шара на расстоянии 5 см.
4. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара плоскостью, находящейся на расстоянии 15 см от центра шара.
5. Диаметр сферы равен 20 см. На каком расстоянии от центра нужно провести плоскость, чтобы длина линии пересечения сферы и плоскости была равна  $12\pi$  см?
6. Найдите объем шара, если площадь поверхности его равна  $64\pi$  см<sup>2</sup>.
7. Найдите объем шара, если плоскость осевого сечения равна  $81\pi$  см<sup>2</sup>.
8. Найдите площадь поверхности шара, если объем шара равен  $36\pi$  см<sup>3</sup>.
9. Радиус сферы равен 41 дм. На каком расстоянии от касательной плоскости нужно провести параллельную ей секущую плоскость, чтобы получилось сечение радиуса 40 дм?
10. В плоскости, касательной к сфере радиуса 25 см, выбрана точка М на расстоянии 15 см от точки касания. Найдите расстояние от точки М до центра сферы.
11. Какое тело имеет больший объем: шар радиуса 1 дм или правильная треугольная призма, каждое ребро которой равно 2 дм?
12. Модель правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 12 см и высотой 20 см изготовлена из такого же материала, что и модель шара радиуса 6 см. Масса какой модели больше ( $m = V\rho$  г/см<sup>3</sup>).
13. Масса металлического шарика равна 37 г, его диаметр 2 см. Вычислите плотность металла ( $m = V\rho$  г/см<sup>3</sup>).
14. Какой диаметр должен иметь пробковый шарик, чтобы его масса была равна 1 г, если плотность пробки 0,25 г/см<sup>3</sup> ( $m = V\rho$  г/см<sup>3</sup>).
15. Во сколько раз нужно уменьшить радиус сферы, чтобы ее площадь уменьшить в 5 раз?
16. Отношение площадей двух сфер равно  $\frac{1}{3}$ . Найдите отношение длин больших окружностей этих сфер.
17. Масса деревянного шарика равна 315 г, его диаметр – 10 см. Вычислите плотность дерева ( $m = V\rho$  г/см<sup>3</sup>).
18. Сколько шариков диаметром 0,5 дм можно окрасить имея 1 кг краски, если на 1 м<sup>2</sup> площади требуется 100 г краски?
19. В каком случае расходуется больше материала: на никелировку одного шара диаметром 12 см или никелировку 4 шаров диаметром 3 см?



20. Внешний диаметр полого шара 15 см, толщина стенок 2 см. Найдите объем полого шара.
21. Сколько кожи потребуется для изготовления мяча диаметром 36 см, если на обрезки и швы идет 8 % материала?
- 17(7) Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. Найдите площадь поверхности шара.
- 25(7) Объем шара равен  $36\pi$  см<sup>3</sup>. Найдите площадь поверхности шара.
- 27(7) Сумма площадей поверхности двух шаров радиуса 4 см равна площади поверхности некоторого большого шара. Каков объем этого большого шара?
- 65(7) Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.
- 84(7) Шар с центром в точке O касается плоскости в точке A. Точка B лежит в плоскости касания. Найдите объем шара, если  $AB=21$  см,  $BO=29$  см.
- 89(7) Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна  $4\pi$  см<sup>3</sup>. Найдите объем шара.

### Практическая работа № 21 «Пирамида»

**Цель:** Сформировать умения определять виды пирамид, находить полную поверхность и объем пирамиды.

**Знать:**

- Определение многогранника «Пирамида»;
- Основные параметры многогранника «Пирамида»;
- Формулы для нахождения полной поверхности, объема пирамиды.




**Уметь:**

- Определять вид пирамиды по заданному условию;
- Чертить виды пирамид по заданным параметрам;
- Применять формулы для полной поверхности, объема пирамиды
- Решать практические задачи на применение формул полной поверхности, объема пирамиды.

### Пояснения к работе

Для решения практических задач на многогранник «Пирамида» необходимо открыть справочный материал, который содержит таблицу «Виды пирамид» и формулы для вычисления полной поверхности пирамиды, боковой поверхности пирамиды, объема пирамиды (СМ 2 курс) и формулы для вычисления площадей плоских многоугольников (СМ 1 курс).



<b>Основные формулы для пирамиды</b>		
	<b>Боковая поверхность</b> $S_{бок} = S_{A_1P} + S_{A_2P} + \dots$	<b>Полная поверхность</b> $S_{п.п.} = S_{осн} + S_{бок}$
	<i>все боковые грани под одним углом</i> $S_{бок} = \frac{S_{осн}}{\cos \varphi}$	<b>Объем</b> $V = (1 : 3) S_{осн} \cdot H$
	<i>правильная</i> $S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot l$ $S_{бок} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot n \cdot l$	

Решение геометрической задачи состоит из частей:

- ✓ Чертеж;
- ✓ Краткое условие «Дано» и «Найти»
- ✓ Полное (подробное) решение;
- ✓ Ответ.

По условию задачи сначала выполнить следующие действия:

- ⊙ определить вид пирамиды,
- ⊙ выполнить чертеж,
- ⊙ занести на чертеж параметры, данные в задаче,
- ⊙ оформить краткое условие «Дано» задачи.

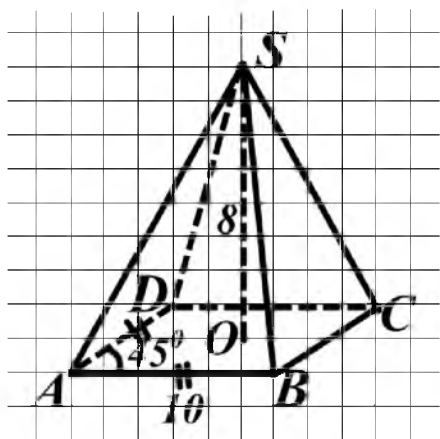
Краткое условие задачи содержит:

- вид многогранника,
- вид основания,
- как расположено боковое ребро к основанию,

- числовые параметры задачи.

### Образец решения задачи

1. Найдите объем пирамиды, основание которой ромб со стороной 10 см и острым углом  $45^\circ$ . Высота пирамиды 8 см.



**Дано:** ABCDS – пирамида

ABCD – основание, ромб

$SO \perp ABCD$

AB = 10 см

$\angle DAB = 45^\circ$

SO (H) = 8 см

**Найти:** V

**Решение:**

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot H \text{ Найдём площадь основания.}$$

Рассмотрим ромб ABCD. Площадь ромба вычисляется по формуле  $S = a^2 \sin \alpha$

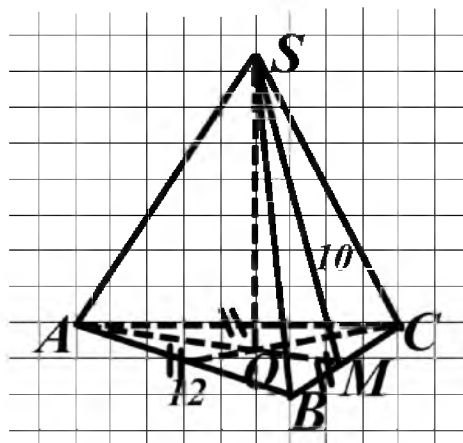
$$S_{\text{осн}} = AB^2 \sin \alpha \quad S_{\text{осн}} = 10^2 \sin 45^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2} \text{ см}^2$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 50\sqrt{2} \cdot 8 = \frac{400\sqrt{2}}{3} \text{ см}^3$$

**Ответ:**  $V = \frac{400\sqrt{2}}{3}$

см<sup>3</sup>

2. Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна 12 см, а апофема пирамиды равна 10 см.



**Дано:** ABCS – пирамида

$\triangle ABC$  – основание

$SO \perp ABC$

AB = BC = AC = 12 см

SM = 10 см

$SM \perp BC$

**Найти:**  $S_{\text{пл}}$ ?

**Решение:**  $S_{\text{пл}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

Найдем площадь основания

Рассмотрим  $\triangle ABC$ . Так как треугольник равносторонний, то все углы по  $60^\circ$ , поэтому

мы можем использовать формулу  $S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$

$$S_{осн} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin \alpha \Rightarrow S_{осн} = \frac{1}{2} 12 \cdot 12 \sin 60^\circ = 72 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ см}^2.$$

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot L$$

Найдем периметр

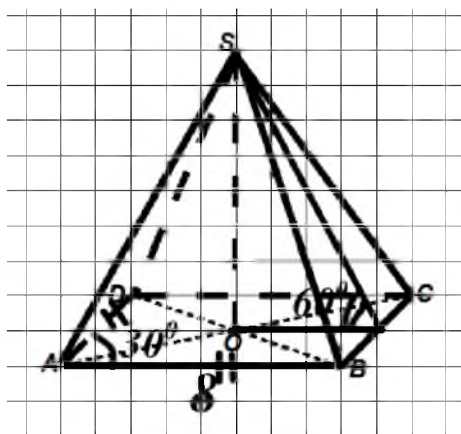
$$P_{осн} = AB + BC + AC = 12 + 12 + 12 = 36$$

$$\Rightarrow S_{бок} = 36 \cdot 10 = 360 \text{ см}^2$$

$$\Rightarrow S_{nn} = 36\sqrt{3} + 36$$

Ответ:  $S_{nn} = 36\sqrt{3} + 36$

3. Найдите полную поверхность пирамиды, основание которой ромб со стороной 8 см и острым углом  $30^\circ$ . Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .



**Дано:** ABCDS – пирамида

ABCD – основание, ромб

$SO \perp ABCD$

$$AB = 8 \text{ см}$$

$$\angle DAB = 30^\circ$$

$$\angle SMO = 60^\circ$$

**Найти:**  $S_{nn}$ ?

**Решение:**  $S_{nn} = S_{осн} + S_{бок}$

Найдем площадь основания ромба ABCD

$$S_{осн} = AB^2 \sin A$$

$$S_{осн} = 8^2 \sin 30^\circ = 64 \cdot \frac{1}{2} = 32 \text{ см}^2.$$

$$S_{бок} = \frac{S_{осн}}{\cos M} \Rightarrow S_{бок} = \frac{32}{\cos 60^\circ} = 32 : \frac{1}{2} = 32 \cdot 2 = 64 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{пл}} = 32 + 64 = 96 \text{ см}^2$$

**Ответ:**  $S_{\text{пл}} = 96$

**Задания:**

1. Найдите объем пирамиды, если ее основание ромб со стороной 8см и острым углом  $30^\circ$ . Высота пирамиды равна 7см.
2. Найдите объем пирамиды, если ее высота на 6см меньше большей стороны основания, а в основании треугольник со сторонами 9см, 10см и 13см.
3. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее основание ромб с диагоналями 10см и 16см. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .
4. Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна 12см, а апофема равна 10см.
5. Основание пирамиды параллелограмм стороны его 10см и 12см, угол между ними  $30^\circ$ . Высота равна большей стороне основания. Найдите объем пирамиды.
6. Найдите объем пирамиды в основании которой прямоугольный треугольник, его гипотенуза 10см, катет 8см, высота пирамиды 7см.
7. Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 3см и 6см, все боковые ребра 15см. Найдите объем пирамиды.
8. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, каждое ребро которой 6см. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, каждое ребро которой 8см.
9. Основание пирамиды треугольник - со сторонами 6, 10 и 14 см. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
10. Основание пирамиды равносторонний треугольник со стороной 12см. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
11. Основание пирамиды прямоугольник со стороной 10 см. Все боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
12. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания 8см. Найдите объем пирамиды, если высота равна диагонали основания.

**Вариант 23 (7)**

Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6см и 8см. Все боковые ребра равны 13см. Найдите объем пирамиды.

**Вариант 26 (7)**

Три смежных ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 6см, 6см и 8см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**Вариант 52(7)**

В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10см, а сторона основания 12см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**Вариант 49(7)**

Основание пирамиды - прямоугольный треугольник с катетом 6см и 8см. Высота пирамиды, равная 12см, делит гипотенузу этого треугольника пополам. Найдите боковые ребра пирамиды.

**Вариант 95(7)**

В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом  $45^{\circ}$ . Найдите объем пирамиды.

**Задача 3.25**

В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^{\circ}$ . Сторона основания пирамиды равна 6см. Найдите объем пирамиды.

**Задача 3.26**

В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $60^{\circ}$ . Высота пирамиды равна 3см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**Задача 3.28**

В правильной четырехугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол  $30^{\circ}$ . Сторона основания пирамиды равна 12см. Найдите площадь поверхности пирамиды.

**Практическая работа № 22 «Призма»**

**Цель:** Сформировать умения определять виды призм, находить полную поверхность и объем призмы.

**Знать:**

- Определение многогранника «Призма»;
- Основные параметры многогранника «Призма»;
- Формулы для нахождения полной поверхности, объема призмы.

**Уметь:**

- Определять вид призмы по заданному условию;
- Чертить виды призм по заданным параметрам;
- Применять формулы для полной поверхности, объема призмы
- Решать практические задачи на применение формул полной поверхности, объема призмы.

## Пояснения к работе

Для решения практических задач на многогранник «Призма» необходимо открыть справочный материал, который содержит таблицу «Виды призм» и формулы для вычисления полной поверхности призмы, боковой поверхности призмы, объема призмы (СМ 2 курс) и формулы для вычисления площадей плоских многоугольников (СМ 1 курс).

Решение геометрической задачи состоит из частей:

- ✓ Чертеж;
- ✓ Краткое условие «Дано» и «Найти»
- ✓ Полное (подробное) решение;
- ✓ Ответ.

По условию задачи сначала выполнить следующие действия:

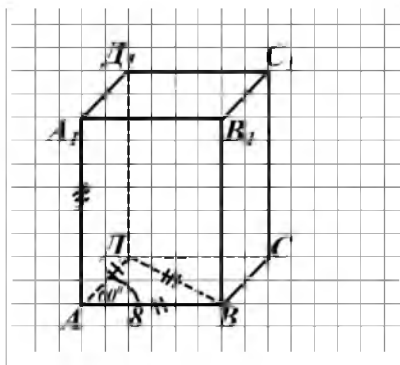
- ⊙ определить вид призмы,
- ⊙ выполнить чертеж,
- ⊙ занести на чертеж параметры, данные в задаче,
- ⊙ оформить краткое условие «Дано» задачи.

Краткое условие задачи содержит:

- вид многогранника,
- вид основания,
- как расположено боковое ребро к основанию,
- числовые параметры задачи.

## Образец решения задачи

В прямой четырехугольной призме основание ромб со стороной 8 см, острым углом  $60^\circ$ . Высота призмы равна меньшей диагонали основания. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.



**Дано:**

АВСДА<sub>1</sub>В<sub>1</sub>С<sub>1</sub>Д<sub>1</sub>- призма

АВСД – основание, ромб

АА<sub>1</sub> ⊥ АВСД

АВ = СД = 8 см

∠ ДАВ = 60°

АА<sub>1</sub> = ДВ

**Найти:** S<sub>пт</sub>; V - ?

**Решение:**

Найдем площадь полной поверхности призмы. Она вычисляется по формуле:

$$S_{\text{пп}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

Вычислим площадь основания.

Рассмотрим основание ABCD ромб.

$$S_{\text{осн}} = AB^2 \sin A \Rightarrow S_{\text{осн}} = 8^2 \sin 60^\circ = 64 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} \text{ см}^2$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

Найдем периметр основания. Так как в основании ромб, где все стороны равны, то периметр ромба вычисляется по формуле:  $P_{\text{осн}} = 4 \cdot AB \Rightarrow P_{\text{осн}} = 4 \cdot 8 = 32 \text{ см}$

Вычислим высоту призмы.

Высота призмы равна меньшей диагонали ромба. Меньшая диагональ лежит против меньшего угла ромба, значит это угол DAB. Диагональ DB делит ромб на два равных треугольника.

Рассмотрим  $\triangle ADB$ . По теореме Косинуса найдем сторону DB

$$DB^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A$$

$$DB^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos 60^\circ$$

$$DB^2 = 64 + 64 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 64 + 64 - 64 = 64$$

$$DB = \sqrt{64} = 8 \Rightarrow H = 8 \text{ см}$$

$$\Rightarrow S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H = 32 \cdot 8 = 256 \text{ см}^2.$$

$$\Rightarrow S_{\text{пп}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2 \cdot 32\sqrt{3} + 256 = 64\sqrt{3} + 256 \text{ см}^2$$

Найдем объем призмы. Он вычисляется по формуле  $V = S_{\text{осн}} \cdot H$

$$\Rightarrow V = 32\sqrt{3} \cdot 8 = 256\sqrt{3} \text{ см}^3$$

Ответ:  $S_{\text{пп}} = 64\sqrt{3} + 256 \text{ см}^2$ ,  $V = 256\sqrt{3} \text{ см}^3$ .



### Задания:

1. В треугольной призме стороны основания равны 12см и 7см и составляют угол  $30^{\circ}$ . Высота призмы равна 9см. Найдите объем призмы.
2. В прямой четырехугольной призме основание параллелограмм со сторонами 5см, 8см и острым углом  $60^{\circ}$ . Высота призмы в 2 раза больше меньшей стороны основания. Найдите площадь полной поверхности призмы.
3. В прямой треугольной призме стороны основания равны 4см, 8см и 6см, высота призмы на 8см меньше периметра основания. Найдите объем призмы.
4. В правильной треугольной призме сторона основания равна 5 см, высота призмы на 7 см меньше периметра основания. Найдите площадь полной поверхности призмы.
5. В прямой призме основание прямоугольник, стороны которого равны 6см и 8 см. Высота призмы равна диагонали основания. Найдите площадь полной поверхности призмы.
6. Основание призмы правильный треугольник со стороной 6см. Длина бокового ребра 12см. Найдите площадь полной поверхности и объем призмы.
7. В прямой треугольной призме стороны основания 26см, 25см, 17см, а боковое ребро равно меньшей стороне основания. Найдите объем призмы.

#### **Задача В №20-7**

Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетом 6см и острым углом  $45^{\circ}$ . Объем призмы равен  $108 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

#### **Задача В №20-7**

Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетом 6см и острым углом  $45^{\circ}$ . Объем призмы равен  $108 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

#### **Задача 3.3.**

Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12см и углом  $60^{\circ}$ . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

#### **Задача 3.61**

Развертка боковой поверхности правильной треугольной призмы есть прямоугольник со сторонами 15см и 12см. Определите объем этой призмы. Найдите оба решения.

#### **Задача 3.63**

Прямоугольник со сторонами 12см и 16см может быть свернут двумя способами в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы. Сравните объемы этих призм.

#### **Задача 3.65**

Прямоугольник со сторонами 12см и 8см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы высотой 8см, а во второй - правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните объемы этих призм.

#### **Задача 3.66**

Прямоугольник со сторонами 24см и 10см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной четырехугольной призмы высотой 10см, а во второй - правильной треугольной призмы с такой же высотой. Сравните площади полных поверхностей этих призм.

#### **Задача 3.68**

Квадрат со стороной 24см в первый раз свернут в виде боковой поверхности правильной треугольной призмы, а во второй - правильной четырехугольной призмы. Сравните объемы этих призм.

#### **Задача 3.20**

В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми ребрами равны 5см, 12см и 13см. Площадь меньшей боковой грани равна  $22\text{см}^2$ . Найдите объем призмы.

### **Практическая работа № 23 «Параллелепипед»**

**Цель:** Сформировать умения определять виды параллелепипедов, находить полную поверхность и объем параллелепипеда.

#### **Знать:**

- Определение многогранника «Параллелепипед»;
- Основные параметры многогранника «Параллелепипед»;
- Формулы для нахождения полной поверхности, объема параллелепипеда.

#### **Уметь:**

- Определять вид параллелепипеда по заданному условию;
- Чертить виды параллелепипедов по заданным параметрам;
- Применять формулы для полной поверхности, объема параллелепипеда
- Решать практические задачи на применение формул полной поверхности, объема параллелепипеда.

#### **Пояснения к работе**

Для решения практических задач на многогранник «Параллелепипед» необходимо открыть справочный материал, который содержит таблицу «Виды параллелепипедов» и формулы для вычисления полной поверхности параллелепипеда, боковой поверхности параллелепипеда, объема параллелепипеда (СМ 2 курс) и формулы для вычисления

площадей плоских многоугольников (СМ 1 курс).

Решение геометрической задачи состоит из частей:

- ✓ Чертеж;
- ✓ Краткое условие «Дано» и «Найти»
- ✓ Полное (подробное) решение;
- ✓ Ответ.

По условию задачи сначала выполнить следующие действия:

- ⊙ определить вид параллелепипеда,
- ⊙ выполнить чертеж,
- ⊙ занести на чертеж параметры, данные в задаче,
- ⊙ оформить краткое условие «Дано» задачи.

**Краткое условие задачи содержит:**

- вид многогранника,
- вид основания,
- как расположено боковое ребро к основанию,
- числовые параметры задачи.

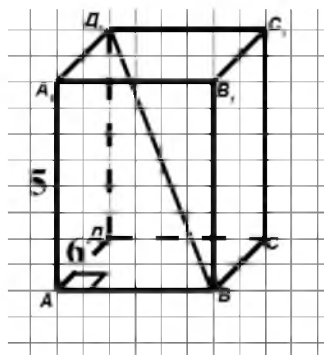
### Образец решения задачи

#### Задача 1

В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 8см, 6см, 5см.

Найдите:

- 1) диагональ параллелепипеда;
- 2) площадь полной поверхности;
- 3) площадь диагонального сечения.



**Дано:**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед  
 $ABCD$  – основание, прямоугольник  
 $AA_1 \perp ABCD$   
 $AB = 8\text{ см}$   
 $AD = 6\text{ см}$   
 $AA_1 = 5\text{ см}$

**Найти:**  $BD_1$ ,  $S_{\text{пп}}$ ,  $S_{ACC_1A_1}$

**Решение:** *Диагональ прямоугольного параллелепипеда вычисляется по формуле:*

$$d^2 = a^2 + b^2 + H^2$$

*Затем формулу через обозначение параллелепипеда*

$$BD_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

Подставим в формулу числовые значения из «Дано», получим

$$BD_1^2 = 8^2 + 6^2 + 5^2 = 64 + 36 + 25 = 125$$

$$BD_1 = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Полная поверхность параллелепипеда вычисляется по формуле:  $S_{\text{пп}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

Рассмотрим основание прямоугольник ABCD

$$S_{\text{осн}} = AB \cdot AD$$

$$S_{\text{осн}} = 8 \cdot 6 = 48 \text{ см}$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

Основание прямоугольника  $P_{\text{осн}} = (AB + AD) \cdot 2$

$$P_{\text{осн}} = (6 + 8) \cdot 2 = 28 \text{ см}$$

$$S_{\text{бок}} = 28 \cdot 5 = 140 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{пп}} = 2 \cdot 48 + 140 = 96 + 140 = 236 \text{ см}^2$$

Диагональное сечение – прямоугольник, следовательно  $S_{ACC_1A_1} = AC \cdot AA_1$

Из  $\triangle ABC$  по теореме Пифагора  $AB \perp BC$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$8^2 + 6^2 = AC^2$$

$$64 + 36 = AC^2$$

$$AC^2 = 100$$

$$AC = 10$$

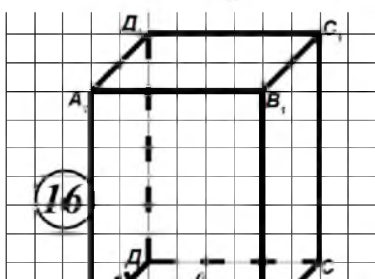
$$S_{ACC_1A_1} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ см}^2 \quad \text{Ответ: } BD_1 = 5\sqrt{5} \text{ см.}$$

$$S_{\text{пп}} = 236 \text{ см}^2,$$

$$S_{ACC_1A_1} = 50 \text{ см}^2$$

### Задача 2

В прямом параллелепипеде основание ромб со стороной 8 см и острым углом  $45^\circ$ . Высота в 2 раза меньше периметра основания. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.



Дано: ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> – параллелепипед

ABCD – основание, ромб

$$AA_1 \perp ABCD$$

$$AB = 8 \text{ см}$$

$$\angle BAD = 45^\circ$$

$$AA_1 = \frac{P_{осн}}{2} \text{ см}$$

**Найти:**  $S_{пп}$ ,  $V$

**Решение:**

$$S_{пп} = 2S_{осн} + S_{бок}$$

Рассмотрим основание ромб ABCD

$$S_{осн} = AB^2 \cdot \sin A$$

$$S_{осн} = 8^2 \cdot \sin 45^\circ = 64 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 32\sqrt{2} \text{ см}$$

$$S_{бок} = P_{осн} \cdot H$$

Основание ромба  $P_{осн} = 4AB$

$$P_{осн} 4 \cdot 8 = 32 \text{ см}$$

$$S_{бок} = 32 \cdot 16 = 512 \text{ см}^2$$

$$S_{пп} = 2 \cdot 32\sqrt{2} + 512 = 64\sqrt{2} + 512 \text{ см}^2$$

$$V = S_{осн} \cdot H$$

$$H = \frac{P_{осн}}{2} = 16 \text{ см} \quad V = 32\sqrt{2} \cdot 16 = 512\sqrt{2} \text{ см}^3$$

Ответ:  $S_{пп} = 64\sqrt{2} + 512 \text{ см}^2$  ;  $V = 512\sqrt{2} \text{ см}^3$

**Задания:**

1. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 4м, 4м, 3м.

Найдите:

- 1) диагональ параллелепипеда;
- 2) площадь полной поверхности;
- 3) площадь диагонального сечения.

2. В прямоугольном параллелепипеде, измерения которого 7м, 5м, 2м.

Найдите:

- 1) диагональ параллелепипеда;
- 2) площадь полной поверхности;

3) площадь диагонального сечения.

3. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см образуют угол  $30^{\circ}$ . Высота параллелепипеда равна 8 см. Найдите объем и полную поверхность параллелепипеда.
4. В прямом параллелепипеде основание ромб со стороной 4 см и острым углом  $60^{\circ}$ . Высота параллелепипеда равна меньшей диагонали основания. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.
5. В правильном параллелепипеде сторона основания равна 7 см. Высота параллелепипеда равна половине периметра основания. Найдите площадь полной поверхности и объем параллелепипеда.
6. Комнату с измерениями 6 м, 5 м и 3 м, необходимо обклеить обоями. Сколько потребуется рулонов обоев, если 1 рулон  $10,5\text{ м} \times 0,5\text{ м}$ ?
7. По санитарным стандартам на 1 учащегося положено  $6\text{ м}^3$  воздуха. Сколько учащихся можно посадить в кабинет, размеры которого  $5 \times 8 \times 3\text{ м}$ ?
8. 1 буханка хлеба имеет измерения  $10 \times 15 \times 20\text{ см}$ . Сколько получится буханок хлеба из 15 кг теста, если плотность теста  $\rho = 0,3\text{ г/см}^3$ ?
9. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 8 см образуют угол  $30^{\circ}$ . Боковая поверхность равна  $58\text{ см}^2$ . Найдите объем.
10. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания 3 см и 6 см, а диагональ параллелепипеда 11 см.

#### **Вариант 57(7)**

Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 см и 5 см, большая из диагоналей его боковых граней образует с плоскостью основания угол  $60^{\circ}$ . Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

#### **Вариант 72(7)**

Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите площадь поверхности этого куба.

#### **Вариант 76(7)**

Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см соответственно сплавлены в один куб. Определите ребро этого куба.

#### **Вариант 77(7)**

Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба.

#### **Вариант 81(7)**

Объем прямоугольного параллелепипеда равен  $24\text{см}^3$ , площадь основания  $12\text{см}^2$ . Одна сторона основания в три раза больше другой. Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда.

**Вариант 83(7)**

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна  $136\text{см}^2$ , стороны основания 4см и 6см. Вычислите диагональ прямоугольного параллелепипеда.

**Вариант 93(7)**

Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9см и 6см, равна  $408\text{см}^2$ . Найдите диагонали параллелепипеда.

**Инструкция по выполнению практических работ:**

На выполнение отводится 25 минут. Необходимо внимательно прочитать задание и выполнить его, соблюдая правила решения. Задание считается выполненным, если проведен правильно алгоритм решения и записан ответ (при решении неравенств, уравнений и текстовых задач).

**Критерии оценок:**

Оценка «5» ставится за выполнение 100 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «4» ставится за выполнение 75 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «3» ставится за выполнение 50 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «2» ставится за выполнение менее 50 % заданий контрольной работы.

**4.2. Задания промежуточной аттестации (экзамен)**

**4.2.1. Текст задания**

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляются с использованием следующих форм и методов: письменная экзаменационная работа.

Оценка освоения учебного предмета предусматривает использование проведение экзамена.

**Вариант 1**

1. Вычислите:  $\log_6 36 + 2 \log_4 2 - 3^{\log_3 5}$
2. Решите уравнение:  $10 \times 5^{x-1} + 5^{x+1} = 7$

3. Решите уравнение:  $\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x) = 0$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = x^2 + 5x + 6$ , прямыми  $x = -1$ ,  $x = 2$  и осью абсцисс.
5. Решите неравенство:  $27^{1+2x} > \left(\frac{1}{9}\right)^{2+x}$
6. Площадь боковой поверхности конуса равна  $20\pi\text{см}^2$ , а площадь его основания на  $4\pi\text{см}^2$  меньше. Найдите объем конуса.
7. Найдите все корни уравнения:  $3x + 1 = \sqrt{1 - x}$
8. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 5^{2x-y} = 125, \\ 4^{x-y} = 4. \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Вычислите:  $(3\log_7 2 - \log_7 24) \div (\log_7 3 + \log_7 9)$
2. Решите уравнение:  $4^x - 3 \times 2^x = 4$
3. Решите уравнение:  $\sin x + \sin(\pi - x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -1$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ .
5. Решите неравенство:  $32^{2x+3} < 0,25$
6. Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.
7. Найдите все корни уравнения:  $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$



8. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} 2^{x+y} = 16, \\ 3^y = 27^x. \end{cases}$

### Вариант 3

1. Вычислите:  $(3 \lg 2 + \lg 0,25) \div (\lg 14 - \lg 7)$
2. Решите уравнение:  $9^x + 8 \times 3^x = 9$
3. Решите уравнение:  $\cos(3\pi + x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной осями координат, графиком функции  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  и прямой  $x = 2$ .
5. Решите неравенство:  $10^x - 8 \times 5^x \geq 0$
6. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.
7. Найдите все корни уравнения:  $x + 3 = \sqrt{2x + 9}$
8. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} 0,5^{3x} \times 0,5^y = 0,5, \\ 2^{3x} \times 2^{-y} = 32. \end{cases}$

### Вариант 4

1. Вычислите:  $\log_3 81 \div \log_{0,5} 2 \times \log_5 125$
2. Решите уравнение:  $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$
3. Решите уравнение:  $3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \cos(2\pi + x) = 1$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x) = 4 - x^2$ ,  $f(x) = 0$ .
5. Решите неравенство:  $2^x + 2^{x+2} \leq 20$

6. В правильной треугольной пирамиде радиус описанной около основания окружности равен 4 см. Боковые грани наклонены к основанию под углом  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

7. Найдите все корни уравнения:  $\sqrt{6x - 11} = x - 1$

8. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} 16^x = 64^y, \\ 27^{x+1} = 81^{y-1}. \end{cases}$$

**Количество вариантов задания для экзаменуемого** – 4.

**Время выполнения задания** – 6 часов.

**Оборудование:** ручка, линейка, карандаш, справочник по математике.

**Критерии оценок:**

Оценка «5» ставится за выполнение 100 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «4» ставится за выполнение 75 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «3» ставится за выполнение 50 % заданий контрольной работы без исправлений и недочетов.

Оценка «2» ставится за выполнение менее 50 % заданий контрольной работы.

**4.2.2. Эталоны ответов**

**Экзамен**

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 3</b>
1) -2;                      5) $x > -\frac{7}{8}$ ;	1) 1;                              5) $x \geq 3$ ;
2) $x = 0$ ;                      6) $16\pi \text{ см}^3$ ;	2) $x = 0$ ;                              6) $169\sqrt{3}$ ;
3) $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;              7) $x = 0$ ;	3) $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; 7) $x = 0$ ;
4) $21,5 \text{ ед}^2$ ;                      8) (2; 1)	4) $8\frac{2}{3} \text{ ед}^2$ ;                              8) (1; -2).
<b>Вариант 2</b>	<b>Вариант 4</b>
1) $-\frac{1}{3}$ ;                              5) $x < -1,7$ ;	1) -12;                              5) $x \leq 2$ ;
2) $x = 2$ ;                              6) $64 \text{ см}^2$ ;	2) $x_1 = 1; x_2 = -1$ ; 6) $24 \text{ см}^3$ ;
3) $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; 7) $x = -1$ ;	3) $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ ; 7) $x_1 = 6; x_2 = 2$ ;
4) $21\frac{1}{3} \text{ ед}^2$ ;                      8) (1; 3).	4) $10\frac{2}{3} \text{ ед}^2$ ;                              8) (-21; -14).

